

ПРОГРАМА ПО МАТЕМАТИКА

ИЗПИТЪТ Е ПИСМЕН, С ПРОДЪЛЖИТЕЛНОСТ 4 ЧАСА.

Изпитът има за цел да определи равнището на математическата подготовка и логическото мислене на кандидат-студентите. Програмата регламентира учебното съдържание по математика, с което може да бъде решена всяка от предложените задачи. Ако обаче кандидат-студентът използва при решаването на някои от задачите знания, които не са заложили в програмата, решението също се зачита.

Изпитът по математика съдържа 20 задачи от три типа:

1. Дванайсет задачи с четири възможни отговора, от които само един е верен. За всеки вярно отбелязан отговор се получава по 1 точка. За грешно отбелязан отговор, както и за посочен повече от един отговор точки не се дават и не се отнемат.
2. Пет задачи без избираем отговор, при които в празните рамки трябва да се попълни съответният отговор без обяснения как е получен. За всеки верен отговор се получават по 2 точки.
3. Три задачи, на които трябва да се изпишат подробно и обосновано решенията. Решението на всяка задача трябва да съдържа: обяснения за означенията, логическа обосновка на всяка част (т. е. пояснения въз основа на кои теореми, формули, аксиоми и определения са извършени съответните доказателства, пресмятания и построения), изследвания за параметрите (когато задачата има параметри), пояснения и обосновка на геометричните чертежи (особено при задачи по стереометрия). Максималният брой точки, които могат да се получат за всяка задача от този тип, е 6.

По време на изпита кандидат-студентите могат да използват не повече от един справочник с таблици и формули. Решението се написва задължително с химикалка със син цвят. Чертежите могат да бъдат направени и с черен молив. За чертаене могат да се използват линейка, триъгълник, транспортир и пергел. *Забранява се използването на електронни устройства.*

Оценката от положения изпит се получава по формулата $2 + 0,1 \times N$, където N е общият брой на получените от кандидата точки.

Учебна програма

1. Числови множества. Множество на реалните числа – действия и сравняване. Реална числова ос.
2. Определения и свойства на понятията: абсолютна стойност (модул), квадратен корен, n -ти корен, степен с рационален показател, логаритъм, синус, косинус, тангенс, котангенс.
3. Определяне на допустими стойности (ДС) и преобразуване на рационални, ирационални, логаритмични, и тригонометрични изрази. Намиране на най-голяма и най-малка стойност (НГС и НМС) на изрази. Доказване на тъждества и неравенства.
4. Числова функция – определение, дефиниционна област, графика. Видове функции – растяща, намаляваща, четна, нечетна, ограничена и периодична. Свойства и графика на линейна, квадратна, n -ти корен, показателна, логаритмична и тригонометрична функция. Намиране на най-голяма и най-малка стойност (НГС и НМС) на линейната и квадратната функция в краен и затворен интервал.
5. Уравнения – корен на уравнение, еквивалентност на уравнения. Теорема за еквивалентност на уравнения. Решаване на линейни, квадратни, рационални, ирационални, показателни, модулни и логаритмични уравнения. Формули на Виет за корените на квадратно уравнение.
6. Неравенства с едно неизвестно – решаване на неравенство, еквивалентност на неравенства. Теорема за еквивалентност на неравенства. Решаване на линейни, квадратни, рационални, ирационални, модулни, показателни и логаритмични неравенства.
7. Системи уравнения и системи неравенства. Смесени системи уравнения и неравенства.
8. Числови редици – начини на задаване, монотонни и ограничени. Аритметична и геометрична прогресия – свойства, формули за n -тия член, формули за сумата на първите n члена. Комбинирани задачи от аритметична и геометрична прогресия. Проста и сложна лихва.
9. Множества – определение и свойства. Сечение, обединение, произведение и допълнение на множества.
10. Статистика и обработка на данни. Централни тенденции – мода, медиана и средноаритметично. Диаграми.
11. Събиране и умножение на възможности, пермутации, вариации и комбинации без повторения. Класическа вероятност. Вероятност на допълнително събитие, вероятност на несъвместими събития, вероятност на обединение и сечение на събития.
12. Успоредни прави – определение, свойства, признаци за успоредност. Перпендикулярни прави.
13. Окръжност. Взаимно положение между точка и окръжност, права и окръжност, и две окръжности в равнината – свойства. Централен, вписан, периферен ъгъл и ъгъл чийто връх е вътрешен или външен за окръжност – свойства. Метрични зависимости в окръжност.

14. Еднаквост и подобност – определение, видове. Признаци за еднакви и подобни триъгълници. Връзка между лицата на подобните многоъгълници.
15. Триъгълник – видове и свойства. Сума от ъглите на триъгълник. Метрични зависимости в правоъгълен триъгълник. Медиана, ъглополовяща, височина и средна отсечка в триъгълник – свойства. Забележителни точки в триъгълник. Описана около или вписана в триъгълник окръжност. Синусова и косинусова теорема. Формули за лице на триъгълник.
16. Четириъгълник – видове и свойства. Сума от ъглите на четириъгълник. Средна отсечка на трапец – свойства. Вписан във или описан около окръжност четириъгълник – свойства. Формули за лице на четириъгълници.
17. Взаимно положение на две прави, на права и равнина и на две равнини в пространството, ъгъл между две прави в пространството, ъгъл между права и равнина, ъгъл между две равнини (двустенен ъгъл).
18. Успоредност на две прави в пространството, успоредност на права и равнина, успоредност на две равнини – определение, свойства, признаци за успоредност.
19. Перпендикулярност на права и равнина, перпендикулярност на две равнини – определение, свойства, признаци за перпендикулярност.
20. Призма, пирамида, цилиндър, конус, кълбо, полукълбо – видове, свойства. Формули за лицата на повърхнините и обемите на телата. Сечение на геометричното тяло с равнина.

Примерен вариант на кандидатстудентския изпит по математика

Част I. Зачертайте с X буквата на единствения верен и пълен отговор на задачите от 1 до 12. Еднократна поправка се допуска само чрез ✖. За всеки верен отговор се получава 1 точка, в останалите случаи – 0 точки.

1. Решенията на неравенството $2x^2 - 3x + 1 < 0$ са:

А) $x \in (-\infty; 0,5) \cup (1; +\infty)$;	Б) $x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$;
В) $x \in (-\infty; -1) \cup (\frac{1}{2}; +\infty)$;	Г) $x \in (\frac{1}{2}; 1)$.
2. Стойността на израза $\sqrt{17^2 - 8^2} - \sqrt{(-2)^6} - \left(-\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2$ е:

А) 25;	Б) 21;	В) 9;	Г) 5.
--------	--------	-------	-------
3. Решението на системата $\begin{cases} 4(x+2) - 7(x-y) = 7 \\ 7(x+y) + 10(x-2) = 79 \end{cases}$ е:

А) (2;5);	Б) (4;3);	В) (5;2);	Г) (5;5).
-----------	-----------	-----------	-----------
4. Стойността на израза $\cos 155^\circ \cos 35^\circ + \sin 155^\circ \sin 35^\circ$ е:

А) $\frac{1}{3}$;	Б) $-\frac{1}{2}$;	В) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$;	Г) $-\sqrt{3}$.
--------------------	---------------------	----------------------------	------------------
5. Стойността на израза $5^{2+\log_5 4}$ е:

А) 100;	Б) 125;	В) 200;	Г) 150.
---------	---------	---------	---------
6. В триъгълника ABC е построена ъглополовящата BL . През точката L е построена права, успоредна на AB , която пресича BC в точка P . Ако BP е 6 cm и PC е 4 cm, то AB е:

А) 12 cm;	Б) 20 cm;	В) 18 cm;	Г) 15 cm.
-----------	-----------	-----------	-----------
7. Страните на триъгълник имат дължини 13 cm, 14 cm и 15 cm. Радиусът на вписаната в триъгълника окръжност е:

А) 1,2 cm;	Б) 4 cm;	В) $\frac{65}{8}$ cm;	Г) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ cm.
------------	----------	-----------------------	-----------------------------
8. Ако третият и шестият член на геометрична прогресия са съответно $a_3 = 4$ и $a_6 = 32$, то сумата S_7 на първите 7 члена на прогресията е:

А) 127;	Б) 63;	В) 64;	Г) 128.
---------	--------	--------	---------
9. На колко е равен изразът $\cotg \alpha - \cos \alpha$, ако $\sin \alpha = \frac{3}{4}$ и $90^\circ < \alpha < 180^\circ$:

А) $-\frac{\sqrt{5}}{12}$; Б) $\frac{\sqrt{7}}{12}$; В) $-\frac{\sqrt{7}}{12}$; Г) $\frac{\sqrt{5}}{11}$.

10. Равнобедрен трапец с основи 16 cm и 9 cm е описан около окръжност. Лицето на трапеца е:
 А) 150 cm²; Б) 180 cm²; В) 120 cm²; Г) 160 cm².
11. Триъгълникът ABC е правоъгълен с прав ъгъл при върха C и височина CH, равна на 9 cm. Височината CH разполовява ъглополовящата AM. Лицето на триъгълника ABC е:
 А) 105 cm²; Б) $54\sqrt{2}$ cm²; В) $108\sqrt{3}$ cm²; Г) $54\sqrt{3}$ cm².
12. Диагоналното сечение на правилна четириъгълна пирамида е равностранен триъгълник със страна 6 cm. Обемът на пирамидата е:
 А) 216 cm³; Б) $54\sqrt{2}$ cm³; В) $18\sqrt{3}$ cm³; Г) $24\sqrt{3}$ cm³.

Част II. Отговорите на задачи 13 – 17 попълнете в съответните празни рамки. За всеки верен и пълен отговор получавате по 2 точки.

13. Сборът от корените на уравнението $\sqrt{20+x-x^2} \log_2(11-3x-x^2) = 0$ е:

14. Разликата между най-малката и най-голямата стойност на функцията $f(x) = x^2 - 4x + 8$ в интервала (1; 4] е:

15. Стойността на израза $\frac{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1}{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1}$ е:

16. Най-малката страна на триъгълник се отнася към радиуса на описаната около него окръжност както 6:5, а другите две страни са съответно 20 cm и 21 cm. Най-малката страна на триъгълника е:

17. Радиусът на окръжността, описана около равнобедрен трапец с основи 9 cm и 3 cm и ъгъл α при голямата основа, е:

Част III. Разпишете подробно и обосновано решенията на задачи 18 – 20. Максималният брой точки за всяка задача е 6.

18. Да се реши неравенството: $\sqrt{x^2 - 3x - 10} < 8 - x$.
19. За кои стойности на реалния параметър m уравнението $m9^x - 3^{x+1} + 1 = 0$ има два реални корена, от които единият е положителен, а другият е отрицателен?
20. Лицето на триъгълник ABC е 8 cm², а медианите AA₁, BB₁ и CC₁ се пресичат в точка M, като AA₁ = 5 cm, BB₁ = 4 cm и ъгъл AMB е тъп. Намерете дължината на медианата CC₁.

Литература

1. Учебници по математика за средните училища.
2. Математика – учебни пособия за свободноизбираема подготовка.
3. Специализирана периодика за кандидат-студенти.
4. Сборници и ръководства за кандидат-студенти.
5. Давани теми на кандидатстудентски изпити по математика при ФМИ на ПУ „Паисий Хилендарски“, <http://fmi-plovdiv.org/index.jsp?id=323&ln=1>