

# ПРОГРАМА ПО МАТЕМАТИКА

## ИЗПИТЪТ Е ПИСМЕН, С ПРОДЪЛЖИТЕЛНОСТ 4 ЧАСА.

Изпитът има за цел да определи равнището на математическата подготовка и логическото мислене на кандидат-студентите. Програмата регламентира учебното съдържание по математика, с което може да бъде решена всяка от предложените задачи. Ако обаче кандидат-студентът използва при решаването на някои от задачите знания, които не са заложили в програмата, решението също се зачита.

### Изпитът по математика съдържа 20 задачи от три типа:

1. Дванайсет задачи с четири възможни отговора, от които само един е верен. За всеки вярно отбелязан отговор се получава по 1 точка. За грешно отбелязан отговор, както и за посочен повече от един отговор точки не се дават и не се отнемат.
2. Пет задачи без избираем отговор, при които в празните рамки трябва да се попълни съответният отговор без обяснения как е получен. За всеки верен отговор се получават по 2 точки.
3. Три задачи, на които трябва да се изпишат подробно и обосновано решенията. Решението на всяка задача трябва да съдържа: обяснения за означенията, логическа обосновка на всяка част (т. е. пояснения въз основа на кои теореми, формули, аксиоми и определения са извършени съответните доказателства, пресмятания и построения), изследвания за параметрите (когато задачата има параметри), пояснения и обосновка на геометричните чертежи (особено при задачи по стереометрия). Максималният брой точки, които могат да се получат за всяка задача от този тип, е 6.

По време на изпита кандидат-студентите *могат да използват не повече от един справочник с таблици и формули*. Решението се написва *задължително с химикалка със син цвят*. Чертежите могат да бъдат направени и с черен молив. За чертаене могат да се използват линейка, триъгълник, транспортир и пергел. *Забранява се използването на електронни устройства*.

Оценката от положения изпит се получава по формулата  $2 + 0,1 \times N$ , където  $N$  е общият брой на получените от кандидата точки.

### Учебна програма

1. Определения и свойства на понятията: абсолютна стойност (модул), квадратен корен,  $n$ -ти корен, степен с рационален показател, логаритъм, синус, косинус, тангенс, котангенс.
2. Преобразуване на рационални, ирационални, логаритмични и тригонометрични изрази. Доказване на тъждества и неравенства.
3. Числова функция – определение, дефиниционна област, графика. Видове функции – растяща, намаляваща, четна, нечетна, периодична. Свойства и графика на линейна, квадратна,  $n$ -ти корен, показателна, логаритмична и тригонометрична функция.
4. Уравнения – корен на уравнение, еквивалентност на уравнения. Теорема за еквивалентност на уравнения. Решаване на линейни, квадратни, рационални, ирационални, показателни, логаритмични и тригонометрични уравнения. Формули на Виет за квадратно уравнение.
5. Неравенства с едно неизвестно – решаване на неравенство, еквивалентност на неравенства. Теорема за еквивалентност на неравенства. Решаване на линейни, квадратни, рационални, ирационални, показателни, логаритмични и тригонометрични неравенства.
6. Системи уравнения и системи неравенства. Смесени системи уравнения и неравенства.
7. Числови редици. Аритметична и геометрична прогресия – свойства, формули за  $n$ -тия член, формули за сумата на първите  $n$  члена.
8. Граница и непрекъснатост на функции – определение и свойства.
9. Производна на функция – определение, геометричен смисъл. Производна на сума, разлика, произведение, частно и функция от функция. Производна на степен и тригонометрични функции. Втора производна на функция.
10. Изследване на функции с помощта на производни. Признаци за растене и намаляване на функции. Необходимо условие и достатъчно условие за локален екстремум на функция. Най-голяма и най-малка стойност на функция.
11. Успоредни прави – определение, свойства, признаци за успоредност.
12. Перпендикулярни прави.
13. Еднаквост и подобност – определение, видове. Признаци за еднакви и подобни триъгълници. Връзка между лицата на подобните многоъгълници.
14. Триъгълник – видове и свойства. Сума от ъглите на триъгълник. Метрични зависимости в правоъгълен триъгълник. Медиана, ъглополовяща, височина и средна отсечка в триъгълник – свойства. Описана около или вписана в триъгълник окръжност. Синусова и косинусова теорема. Формули за лице на триъгълник.
15. Четириъгълник – видове и свойства. Сума от ъглите на четириъгълник. Средна отсечка на трапец – свойства. Вписан във или описан около окръжност четириъгълник – свойства. Лице на четириъгълници.
16. Окръжност. Допирателна към окръжност – свойства. Централен, вписан и периферен ъгъл – свойства. Метрични зависимости в окръжност.

17. Взаимно положение на две прави, на права и равнина и на две равнини в пространството, ъгъл между две прави в пространството, ъгъл между права и равнина, ъгъл между две равнини (двустенен ъгъл).
18. Успоредност на две прави в пространството, успоредност на права и равнина, успоредност на две равнини – определение, свойства, признаци за успоредност.
19. Перпендикулярност на права и равнина, перпендикулярност на две равнини – определение, свойства, признаци за перпендикулярност.
20. Призма, пирамида, пресечена пирамида, цилиндър, конус, пресечен конус, кълбо – видове, свойства, формули за лицата на повърхнините и обемите на телата. Сечение на геометричното тяло с равнина. Вписани и описани тела.

### Примерен вариант на кандидатстудентския изпит по математика

**Част I. Зачертайте с X буквата на единствения верен и пълен отговор на задачите от 1 до 12. Еднократна поправка се допуска само чрез ✖. За всеки верен отговор се получава 1 точка, в останалите случаи – 0 точки.**

1. Решенията на неравенството  $2x^2 - 3x + 1 < 0$  са:  
 А)  $x \in (-\infty; 0,5) \cup (1; +\infty)$ ;                      Б)  $x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$ ;  
 В)  $x \in (-\infty; -1) \cup (\frac{1}{2}; +\infty)$ ;                      Г)  $x \in (\frac{1}{2}; 1)$ .
2. Стойността на израза  $\sqrt{17^2 - 8^2} - \sqrt{(-2)^6} - \left(-\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2$  е:  
 А) 25;              Б) 21;              В) 9;              Г) 5.
3. Решението на системата  $\begin{cases} 4(x+2) - 7(x-y) = 7 \\ 7(x+y) + 10(x-2) = 79 \end{cases}$  е:  
 А) (2;5);              Б) (4;3);              В) (5;2);              Г) (5;5).
4. Стойността на израза  $\cos 155^\circ \cos 35^\circ + \sin 155^\circ \sin 35^\circ$  е:  
 А)  $\frac{1}{3}$ ;              Б)  $-\frac{1}{2}$ ;              В)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ;              Г)  $-\sqrt{3}$ .
5. Стойността на израза  $5^{2+\log_5 4}$  е:  
 А) 100;              Б) 125;              В) 200;              Г) 150.
6. В триъгълника  $ABC$  е построена ъглополовящата  $BL$ . През точката  $L$  е построена права, успоредна на  $AB$ , която пресича  $BC$  в точка  $P$ . Ако  $BP$  е 6 cm и  $PC$  е 4 cm, то  $AB$  е:  
 А) 12 cm;              Б) 20 cm;              В) 18 cm;              Г) 15 cm.
7. Страните на триъгълник имат дължини 13 cm, 14 cm и 15 cm. Радиусът на вписаната в триъгълника окръжност е:  
 А) 1,2 cm;              Б) 4 cm;              В)  $\frac{65}{8}$  cm;              Г)  $\frac{\sqrt{3}}{6}$  cm.
8. Ако третият и шестият член на геометрична прогресия са съответно  $a_3 = 4$  и  $a_6 = 32$ , то сумата  $S_7$  на първите 7 члена на прогресията е:  
 А) 127;              Б) 63;              В) 64;              Г) 128.
9. На колко е равен изразът  $\cotg \alpha - \cos \alpha$ , ако  $\sin \alpha = \frac{3}{4}$  и  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ :  
 А)  $-\frac{\sqrt{5}}{12}$ ;              Б)  $\frac{\sqrt{7}}{12}$ ;              В)  $-\frac{\sqrt{7}}{12}$ ;              Г)  $\frac{\sqrt{5}}{11}$ .
10. Равнобедрен трапец с основи 16 cm и 9 cm е описан около окръжност. Лицето на трапеца е:  
 А)  $150 \text{ cm}^2$ ;              Б)  $180 \text{ cm}^2$ ;              В)  $120 \text{ cm}^2$ ;              Г)  $160 \text{ cm}^2$ .
11. Триъгълникът  $ABC$  е правоъгълен с прав ъгъл при върха  $C$  и височина  $CH$ , равна на 9 cm. Височината  $CH$  разполовява ъглополовящата  $AM$ . Лицето на триъгълника  $ABC$  е:  
 А)  $105 \text{ cm}^2$ ;              Б)  $54\sqrt{2} \text{ cm}^2$ ;              В)  $108\sqrt{3} \text{ cm}^2$ ;              Г)  $54\sqrt{3} \text{ cm}^2$ .
12. Диагоналното сечение на правилна четириъгълна пирамида е равноностранен триъгълник със страна 6 cm. Обемът на пирамидата е:

А)  $216 \text{ cm}^3$ ; Б)  $54\sqrt{2} \text{ cm}^3$ ; В)  $18\sqrt{3} \text{ cm}^3$ ; Г)  $24\sqrt{3} \text{ cm}^3$ .

**Част II. Отговорите на задачи 13 – 17 попълнете в съответните празни рамки. За всеки верен и пълен отговор получавате по 2 точки.**

13. Сборът от корените на уравнението  $\sqrt{20+x-x^2} \log_2(11-3x-x^2)=0$  е:

14. Разликата между най-малката и най-голямата

стойност на функцията

$f(x) = x^2 - 4x + 8$  в интервала  $(1; 4]$  е:

15. Стойността на израза  $\frac{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1}{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1}$  е:

16. Най-малката страна на триъгълник се отнася към радиуса на описаната около него окръжност както 6:5, а другите две страни са съответно 20 cm и 21 cm. Най-малката страна на триъгълника е:

17. Радиусът на окръжността, описана около равнобедрен трапец с основи 9 cm и 3 cm и ъгъл  $\alpha$  при голямата основа, е:

**Част III. Разпишете подробно и обосновано решенията на задачи 18 – 20. Максималният брой точки за всяка задача е 6.**

18. Да се реши неравенството:  $\sqrt{x^2 - 3x - 10} < 8 - x$ .

19. За кои стойности на реалния параметър  $m$  уравнението  $m9^x - 3^{x+1} + 1 = 0$  има два реални корена, от които единият е положителен, а другият е отрицателен?

20. Лицето на триъгълник  $ABC$  е  $8 \text{ cm}^2$ , а медианите  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  се пресичат в точка  $M$ , като  $AA_1 = 5 \text{ cm}$ ,  $BB_1 = 4 \text{ cm}$  и ъгъл  $AMB$  е тъп. Намерете дължината на медианата  $CC_1$ .

## Литература

1. Учебници по математика за средните училища.
2. Математика – учебни пособия за свободноизбираема подготовка.
3. Специализирана периодика за кандидат-студенти.
4. Сборници и ръководства за кандидат-студенти.
5. Давани теми на кандидатстудентски изпити по математика при ФМИ на ПУ „Паисий Хилендарски“, <http://fmi-plovdiv.org/index.jsp?id=323&ln=1>