



ПЛОВДИВСКИ УНИВЕРСИТЕТ „ПАИСИЙ ХИЛЕНДАРСКИ”
ФИЛИАЛ – СМОЛЯН

55 ГОДИНИ ПЕДАГОГИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ В ГРАД СМОЛЯН

20 ГОДИНИ ФИЛИАЛ НА ПЛОВДИВСКИЯ УНИВЕРСИТЕТ

„ПАИСИЙ ХИЛЕНДАРСКИ”

НАЦИОНАЛНА НАУЧНА КОНФЕРЕНЦИЯ

**„ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА –
ЗА ЛИЧНОСТНО И ОБЩЕСТВЕНО
РАЗВИТИЕ”**

27 – 28 октомври 2017 г.
гр. Смолян



ОРГАНИЗАЦИОНЕН КОМИТЕТ

Председател:

доц. д-р Ивайло Старибратов

Заместник – председател:

доц. д-р Мариана Ламбова

Членове:

проф. д.ф.н. Елена Каневска-Николова

доц.д.н. Нина Герджикова

доц. д-р Силвия Младенова

Секретариат:

гл.ас. д-р Малина Шиблова

гл.ас. д-р Христо Мелемов

гл.ас. д-р Мирослав Михайлов

ас. Илияна Чакърова

ас. Пенка Гунчева

ас. Мария Главчева

преп. Христина Симеонова

преп. Емилия Коцарова

Даниела Коджебашева

Венера Щинарова

Валя Арнаудова

Радка Тодорова

НАУЧЕН КОМИТЕТ

Председател:

проф. д-р Илиян Иванов

Членове:

проф. дфн Елена Николова

доц. дн Нина Герджикова

доц. д-р Русалена Пенджекова-Христева

доц. д-р Ивайло Старибратов

доц. д-р Мариана Ламбова

доц. д-р Силвия Младенова

доц. д-р Георги Юручев



**СЕКЦИЯ: „МАТЕМАТИКА. ОБУЧЕНИЕ ПО МАТЕМАТИКА, ИНФОРМАТИКА И
ИНФОРМАЦИОННИ ТЕХНОЛОГИИ”**

Устойчивост с две мерки – формулировка и приложение. Снежана Христова, Кр. Иванова, Тодор Костадинов	6
Практическо приложение на една теорема за асимптотично поведение на решенията на неутрално диференциално уравнение с целочислен аргумент и постоянни коефициенти. Тодор Костадинов	11
Базови модели на разпространение на иновациите с нелинейна зависимост от действителния пазар. Веселина Тавкова, Асен Христов	20
Бейсов модел в денталната медицина. Мария Добрева, Веска Нончева	41
Структурно моделиране на организационната училищна структура. Ивайло Старибратов, Лилия Бабакова	49
Адаптивни системи за електронно обучение. Асен Рахнев, Тодорка Терзиева, Евгения Ангелова, Валя Арnaudова	64
Изследване на понятието нестандартни задачи в обучението по информатика и ИТ. Веселина Карапеева, Тодорка Терзиева, Асен Рахнев	77
Педагогически стратегии за повишаване на мотивацията в обучението по информатика и информационни технологии. Петьо Павлов, Тодорка Терзиева, Асен Рахнев	90
Някои възможности за преподаване на създаване на интерактивен интерфейс в училище. Коста Гъров, Детелина Милкотева	104
За задачите в обучението по компютърно моделиране чрез системата SCRACH. Коста Гъров, Красимира Младенова	119
Приложение на груповата и екипна работа в обучението по информатика чрез метода на ролевите игри. Коста Гъров, Ивелина Велчева	127
Екипна и групова работа в обучението по информатика и информационни технологии с използване на облачни технологии. Коста Гъров, Костадин Царев	139
Използване на интерактивни компютърни технологии при преподаване на елементи от математическия анализ в училищния курс по математика. Николинка Бъчварова	151

Устойчивост с две мерки – формулировка и приложение

Снежана Христова¹, Красимира Иванова², Тодор Костадинов³

^{1,2} Пловдивски университет “Паисий Хилендарски”
Пловдив 4000, Цар Асен 24, България,

³ Технически университет-София,
Филиал Пловдив, Пловдив 4000
Цанко Дюстабанов 25, България

Резюме: В тази статия е дефинирано понятието устойчивост на диференциални уравнения при използването на две различни мерки за близост на началните условия и за близост на двете решения. Разгледан е случая на използване на векторна функция на Ляпунов, при което, в понятието устойчивост е въведено скалярно произведение. Получени са достатъчни условия за експоненциална устойчивост с две мерки при използване на векторна функция на Ляпунов.

Ключови думи: диференциални уравнения, устойчивост, две мерки, функции на Ляпунов

1. Въведение

Един от основните въпроси, свързани с изследванията на динамичните модели, описващи съответния процес е свързан с изучаване критериите при които процеса е устойчивост. Това означава, че малки изменения на началните стойности на параметрите не води до значителни изменения в поведението на процеса. Дефинирането на понятието „близост“ математически често е свързано с т.н. мерки или норма. С оглед по-голяма общност на изследванията, както и за по-широко приложение на теоретичните резултати се използват две различни мерки за близост на началните данни и на съответните им решения на началните задачи за съответните уравнения.

Ще разгледаме обикновеното диференциално уравнение

$$x'(t) = f(t, x) \quad (1)$$

с начално условие

$$x(t_0) = x_0 \quad (2)$$

където $x_0 \in R^n$, x_0 е началната стойност.

Да означим с D, d са две различни мерки в R^n .

Дефиниция 1. Казваме, че решението $x(t)$ на началната задача (1),(2) е устойчиво по две мерки, ако за всяко число $\varepsilon > 0$ и всяко начално време t_0 съществува число $\delta > 0$ такова, че ако $D(x_0, y_0) < \delta$ тогава $d(x(t), y(t)) < \varepsilon$ за всяко $t \geq 0$, където D, d са две различни мерки, $y(t)$ е решение на ОДУ (1) с начално условие (2), където x_0 е заместено с y_0 . Ако δ не зависи от началното време t_0 , а само от ε , то устойчивостта се нарича равномерна.

Ще отбележим, че двете мерки в дефиниция 1 могат да съвпадат с норма в евклидовото пространство.

Пример 1. Нека $f(t, x) = x$, $n = 1$. Тогава решението е зададено с $x(t) = x_0 e^{t-t_0}$.

Ако използваме абсолютната стойност като мярка, то решението не е устойчиво съгласно дефиниция 1.

Нека в дефиниция 1 изберем мярката D да е абсолютна стойност, а мярката $d(x, y) = e^{-t}|x - y|$. Тогава, ако $|x_0 - y_0| < \delta = \varepsilon e^{t_0}$ то $d(x(t), y(t)) = e^{-t}|x(t) - y(t)| = e^{-t}|x_0 e^{t-t_0} - y_0 e^{t-t_0}| = e^{-t_0}|x_0 - y_0| < \varepsilon$ т.е. решението е устойчиво при избраните две мерки, но не е равномерно устойчиво.

Един от методите за изследване на въпроса за устойчивост на решенията на диференциалните уравнения е метода на функциите на Ляпунов. При използването му основен проблем възниква с намирането на подходяща функция на Ляпунов. Често се използват скалярни функции, но това е ограничение. В общия случай може да се дефинират векторни функции, при което по подходящ начин се дефинира и съответната производна и условието за устойчивост. За целта се дефинира нов вид устойчивост.

Дефинираме конус $K = \{ y \in R^n : (x \bullet y) \geq 0 \text{ за всяко } x \in K \}$, където $(x \bullet y)$ е скаларното произведение на векторите x и y .

Разглеждаме множеството $\Gamma = \{ h \in C([0, \infty) \times R^n, K) : \inf h(t, x) = 0 \text{ при } t \geq 0 \}$

Пример 2. Нека (x, y) е вектор, тогава $h(t, x, y) = (e^{-t}x, e^{-t}y)$ е от множеството Γ .

Ще дефинираме понятие устойчивост, което съчетава идеите за устойчивост на две мерки и скаларно произведение на вектор:

Дефиниция 2. Казваме, че нулевото решение на началната задача (1),(2) е d -устойчиво по две мерки, ако съществува вектор A от K и две мерки h и H от Γ , такива че за всяко число $\varepsilon > 0$ и всяко начално време t_0 съществува число $\delta > 0$ такова, че ако $(A \bullet h(t_0, x_0)) < \delta$ тогава $(A \bullet H(t, x(t))) < \varepsilon$ за всяко $t \geq 0$, където $x(t)$ е решение на ОДУ (1) с начално условие (2). Ако δ не зависи от началното време t_0 , а само от ε , то d -устойчивостта по две мерки се нарича равномерно.

Забележка 1. Векторът A играе ролята на тегло на компонентите на решението.

Забележка 2. В частен случай на едномерен конус K , съвпадащ с неотрицателната полуос, двете мерки са скалярни неотрицателна функции. Тогава d -устойчивостта по две мерки съвпада с устойчивост по две мерки.

Дефиниция 3. Казваме, че нулевото решение на началната задача (1),(2) е d -експоненциално устойчиво по две мерки, ако съществува вектор A от K , две мерки h и H от Γ и положителни константи M, P такива, че за всяко начално време t_0 е изпълнено неравенството $(A \bullet H(t, x(t))) < M (A \bullet h(t_0, x_0)) e^{-P(t-t_0)}$ за всяко $t \geq 0$, където $x(t)$ е решение на ОДУ (1) с начално условие (2).

2. Основни резултати

При по нататъшните ни изследвания ще използваме следния резултат:

Лема 1 (A. Dishliev, S. Hristova, 2010): Нека са изпълнени следните условия:

1. Функцията $g \in C([0, \infty) \times R, [0, \infty))$, $g(t, 0) = 0$.
2. Векторът $A \in K$ и функцията $V \in C([0, \infty) \times R^n, K)$ са такива, че

$$(A \bullet V'(t, x)) \leq g(t, (A \bullet V(t, x))) \text{ за всяко } t \geq 0, x \in R^n.$$

3. Функцията $u(t)$ е решение на диференциалното уравнение $u'(t) = g(t, u)$ с начално условие $u(t_0) = (A \bullet V(t_0, x_0))$.

Тогава $(A \bullet V(t, x(t))) \leq u(t)$ при $t \geq t_0$.

Забележка 3. Ще използваме Лема 1 при $g(t, u) = -Pu$. Тогава

$$u(t) = (A \bullet V(t_0, x_0)) e^{-P(t-t_0)}.$$

Ще получим достатъчни условия за d-експоненциална устойчивост по две мерки като използваме векторна функция на Ляпунов и скалярно произведение.

Теорема 1: Нека са изпълнени следните условия:

1. Съществуват две мерки $h, H \in \Gamma$.
2. Векторът $A \in K$ и функцията $V \in C([0, \infty) \times R^n, K)$ са такива, че

$$(i) \quad (A \bullet H(t, x)) \leq (A \bullet V(t, x)) \leq (A \bullet h(t, x)) \text{ за всяко } t \geq 0 \text{ и } x \in R^n.$$

$$(ii) \quad (A \bullet V'(t, x)) \leq -P (A \bullet V(t, x)) \text{ за всяко } x \in R^n,$$

където P е положителна константа.

Тогава нулевото решение на началната задача (1),(2) е d-експоненциално устойчиво с две мерки.

Доказателство. Съгласно условие 2 (ii), Лема 1 и Забележка 3 е изпълнено неравенството

$$(A \bullet V(t, x(t))) \leq (A \bullet V(t_0, x_0)) e^{-P(t-t_0)} \quad (3)$$

От условие 2(i) и неравенство (3) получаваме

$$(A \bullet H(t, x(t))) \leq (A \bullet V(t, x(t))) \leq (A \bullet V(t_0, x_0)) e^{-P(t-t_0)} \leq (A \bullet h(t_0, x_0)) e^{-P(t-t_0)} \quad (4)$$

Неравенство (4) доказва твърдението на теоремата.

В частен случай, когато функцията на Ляпунов е скалярна функция, тогава получаваме следния резултат за експоненциална устойчивост с две мерки:

Следствие 1: Нека са изпълнени следните условия:

3. Съществуват две мерки $h, H \in \Gamma$.
4. Функцията $V \in C([0, \infty) \times R, [0, \infty))$ са такива, че

$$(iii) \quad H(t, x) \leq V(t, x) \leq h(t, x) \text{ за всяко } t \geq 0 \text{ и } x \in R.$$

$$(iv) \quad V'(t,x) \leq -P V(t,x) \text{ за всяко } x \in R,$$

където P е положителна константа.

Тогава нулевото решение на началната задача (1),(2) е експоненциално устойчиво с две мерки.

Забележка 4. Ще отбележим, че d - експоненциалната устойчивостта по две мерки гарантира d - асимптотическа устойчивост по две мерки на нулевото решение. В случая на използване на скаларна функция на Ляпунов и двете мерки съвпадат с норма, то условията на Теорема 1 гарантират асимптотическа устойчивост на нулевото решение.

Литература

R. P. Agarwal, S.Hristova, Strict stability in terms of two measures for impulsive differential equations with supremum// B: Appl. Anal., 2012, т. 91, кн.7, с. 1379-1392.

A. Dishliev, S. Hristova, Stability on a cone with two measures for differential equations with “maxima”, // B: Ann. Funct. Anal. , 2010, т.1. кн. 1, с. 133-143.

S. Hristova, Stability on a cone in terms of two measures for impulsive differential equations with supremum// B: Appl.Math.Lett.,2010, т. 23, кн. 5, с. 508-511.

Благодарности: Част от изследванията са извършени с финансовата помощ на Фонд НПД, Пловдивски университет „П. Хилендарски“, МУ17ФМИ007.

Автор за кореспонденция: Снежана Христова, професор, доктор на математическите науки, Факултет по математика и информатика, Пловдивски университет „П. Хилендарски“, sehri@uni-plovdiv.bg

Stability with two measures – definition and application

Snezhana Hristova ¹, Krasimira Ivanova ², Todor Kostadinov ³

^{1,2} University of Plovdiv “P. Hilendarski”
Plovdiv 4000, Tzar Asen 24, Bulgaria,

³ Technical University of Sofia,
Branch Plovdiv, Plovdiv 4000
Tzanko Dustabanov 25, Bulgaria

Summary: Stability with the application of two different measures for the initial values as well as for the solutions is presented for ordinary differential equations. In the case of a vector Lyapunov function the dot product is introduced. Sufficient conditions for exponential stability with two measures and vector Lyapunov functions are obtained.

Key words: Differential equations, stability, two measures, Lyapunov functions

Corresponding author: Snezhana Hristova, Professor, DSI, Faculty of Mathematics and Informatics, University of Plovdiv “Paisii Hilendarski”, snehri@uni-plovdiv.bg

ПРАКТИЧЕСКО ПРИЛОЖЕНИЕ НА ЕДНА ТЕОРЕМА ЗА АСИМПТОТИЧЕСКО ПОВЕДЕНИЕ НА РЕШЕНИЯТА НА НЕУТРАЛНО ДИФЕРЕНЦИАЛНО УРАВНЕНИЕ С ЦЕЛОЧИСЛЕН АРГУМЕНТ И ПОСТОЯННИ КОЕФИЦИЕНТИ

Тодор Костадинов

Резюме

В настоящата статия конструираме два примера илюстриращи теорема за асимптотичното поведение на решенията на неутрално диференциално уравнение. Доказано е че примерите изпълняват условията на теоремата и е направен извод за поведението на решението.

Ключови думи

Неутрално уравнение, неосцилиращи и осцилиращи решения, асимптотично поведение, целочислен аргумент.

ВЪВЕДЕНИЕ

Диференциалните уравнения със целочислен аргумент за първи път са въведени от А.Д.Мишкис (Myshkis 1977). Те представляват уравнения с хибридни свойства които комбинират част от свойствата на непрекъснатите системи и част от свойствата на диференциалните уравнения.

Ахмет в (Akhmet 2007) пръв въвежда ‘гама’ функцията в своите разглеждания. Тази функция е широко използвана в няколко работи на Чиу и Пинто (Chiu 2014), (Chiu, Pinto 2010), (Chiu, Pinto 2013]. Пинто в (Pinto 2009) и (Pinto 2011) изяснява важността на интервалите на закъснение и изпреварване.

В тази статия разглеждаме уравнението

$(y(t) + py(t + \tau))' = qf(y(\gamma(t)))$ където $p \in \mathbb{R} \setminus 0$, $\tau > 0$, $q < 0$. Дефиницията на $\gamma(t)$ ще бъде дадена по долу.

В предишната работа на (Kostadinov, Projcheva 2016) е разгледано поведението на решенията в този случай като са конструирани примери онагледяващи повечето теореми. В статията ще конструираме примери за случая когато $p < -1$ които там не са показани.

Статията е организирана както следва:

ПРЕДВАРИТЕЛНИ ЗАБЕЛЕЖКИ

В статията ще разгледаме уравнението

$$(y(t) + py(t + \tau))' = qf(y(\gamma(t))) \quad (1)$$

където $p < -1$ и $q < 0$.

Въвеждаме две редици от реални числа $\{t_n\}, \{\gamma_n\} n = 0, 1, 2, \dots$ такива че $t_0 = -\tau, t_{n+1} = t_n + 1$ и $n < \gamma_n \leq t_{n+1}, \gamma_{n+1} = \gamma_n + 1$.

Функцията $\gamma(t)$ е стъпаловидна функция която се задава с формулата:

$$\gamma(t) = [t] \quad \text{за } t_n \leq t < \gamma_n \quad \text{и}$$

$$\gamma(t) = 2\left[\frac{t+1}{2}\right] \quad \text{за } \gamma_n \leq t < t_{n+1}$$

Както обикновено с C ще означим Банаховото пространство от начални функции

$C = \{\varphi: [-\tau, 0] \rightarrow \mathbb{R} : \varphi \in C([-\tau, 0], \mathbb{R})\}$ със норма $\|\varphi\| = \sup_{t \in [-\tau, 0]} |\varphi|$ и въвеждаме начално условие:

$$y(t) = \varphi(t), t \in [-\tau, 0], \varphi \in C \quad (2)$$

Дефиниция1. Функцията $y(t)$ се нарича решение на Задача (1), (2) ако:

- (a) $y(t) \in C([-\tau, \infty), \mathbb{R})$ и удовлетворява условие (2) за някоя $\varphi \in C$,
- (b) $z(t) = y(t) + py(t + \tau)$ има производна за всяко $t \in [-\tau, \infty)$ с изключение на точките $t = \gamma_n$ и $t = n \quad n = 0, 1, 2, \dots$ в които притежава дясна производна,
- (c) $y(t)$ удовлетворява (1) във всеки интервал $[n - \tau, n - \tau + 1) \quad n = 0, 1, 2, \dots$.

Дефиниция2. Казваме че решението на уравнение (1) осцилира ако множеството от неговите нули е неограничено отгоре, в противен случай казваме че е неосцилиращо.

Ще казваме че условията (A) се изпълнени ако:

A1. $f \in C(\mathbb{R}, \mathbb{R})$,

A2. $uf(u) > 0$ за $u \neq 0$,

A3. За всяко $\delta > 0$ съществува $\bar{\delta} > 0$ такава че, ако $|u| > \delta$ то $|f(u)| > \bar{\delta}$.

В (Kostadinov, Projcheva 2016) е доказана следната Теорема.

Теорема1. Нека условията (A) са валидни, $q < 0$ и $p < -1$. Тогава ако $y(t)$ е неосцилиращо решение на уравнението (1) то, $\liminf_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$ или $\lim_{t \rightarrow \infty} |y(t)| = \infty$. Нещо повече когато $\lim_{t \rightarrow \infty} z(t) \geq 0$ тогава $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$.

Въвеждаме означението $y(n) = c_n \quad n = 0, 1, 2, \dots$.

Нека в уравнение (1) $\tau = \frac{1}{2}$ и нека $t \in [n - \frac{1}{2}, n + \frac{1}{2})$ $n = 1, 2, 3, \dots$. Интегрираме (1) от n до t и получаваме

$$y(t) + py(t + \frac{1}{2}) = c_n + py(n + \frac{1}{2}) + qf(c_n)\gamma_0 + qf(c_{n+1})(t - \gamma_n) \quad (3)$$

От уравнението (3) и непрекъснатостта на $y(t)$, минавайки към граница при $t \rightarrow n + \frac{1}{2}$ получаваме

$$(1 - p)y(n + \frac{1}{2}) = c_n - pc_{n+1} + qf(c_n)\gamma_0 + q(\frac{1}{2} - \gamma_0)f(c_{n+1}) \quad (4).$$

ОСНОВНИ РЕЗУЛТАТИ.

ПРИМЕР 1.

Разглеждаме уравнението

$$(y(t) - 2y(t + \frac{1}{2}))' = -\frac{1}{2}y(\gamma(t)) \quad (5)$$

отговарящо на условията на Теорема 1 със $\tau = \frac{1}{2}$, $p = -2$, $q = -\frac{1}{2}$ и $f(t) = t$ с $\gamma_0 = -\frac{1}{2}$ и начална функция

$$\varphi(t) = 2 + \frac{1}{2\lambda} + \frac{t}{2\lambda(\lambda - 1)} \quad \text{за} \quad t \in [-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}),$$

$$\varphi(t) = 1 + (\frac{5 - 4\lambda}{2\lambda(\lambda - 1)} - 4)t \quad \text{за} \quad t \in [-\frac{1}{4}, 0].$$

където $\lambda \in (0, \frac{1}{2})$ е корен на уравнението $F(\lambda) = 16\lambda^3 - 20\lambda^2 + 2\lambda + \frac{1}{2} = 0$. Такъв корен

съществува защото $F(0) = \frac{1}{2} > 0$ и $F(\frac{1}{2}) = -\frac{3}{2} < 0$.

Дефинираме функцията $y(t)$ в $[-\frac{1}{2}, \infty)$ като

$$y(t + \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}(y(t) - z(t)) \quad \text{за} \quad t \in [-\frac{1}{2} + \frac{k}{2}, \frac{k}{2}], \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad \text{където}$$

$$y(t) = \varphi(t) \quad \text{за} \quad t \in [-\frac{1}{2}, 0] \quad \text{и}$$

$$z(t) = \frac{\lambda^{n-1}}{2}(n + \frac{\lambda - \frac{1}{2}}{2(1-\lambda)}) - \frac{\lambda^{n-1}}{2}t \quad \text{за} \quad t \in [n - \frac{1}{2}, n),$$

$$z(t) = \frac{\lambda^n}{2}(n + \frac{\lambda - \frac{1}{2}}{2\lambda(1-\lambda)}) - \frac{\lambda^n}{2}t \quad \text{за} \quad t \in [n, n + \frac{1}{2}) \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Ще докажем че $y(t)$ е решение на (5) с начална функция $\varphi(t)$, $\liminf_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$

и

$$y(t) > 0 \text{ в } [-\frac{1}{2}, \infty).$$

От дефиницията на $y(t)$ следва че $z(t) = y(t) - 2y(t + \frac{1}{2})$.

Ще докажем че $z'(t) = -\frac{1}{2}y(\gamma(t))$ във всеки интервал $[n - \frac{1}{2}, n + \frac{1}{2}]$.

От дефиницията на $z(t)$ получаваме

$$z(n) = \frac{\lambda^n}{2} \frac{\lambda - \frac{1}{2}}{2\lambda(1-\lambda)} \text{ и } z(n + \frac{1}{2}) = \frac{\lambda^n}{2} \frac{1}{4(1-\lambda)}$$

Ще докажем по индукция че, $y(n) = \lambda^n$ $n = 0, 1, 2, \dots$.

Тъй като $y(0) = \varphi(0) = 1$ то твърдението е валидно при $n = 0$.

Допускаме че, $y(n) = \lambda^n$.

$$y(n+1) = \frac{1}{2}(y(n + \frac{1}{2}) - z(n + \frac{1}{2})) = \frac{1}{4}(y(n) - z(n) - 2z(n + \frac{1}{2})) = \frac{\lambda^n}{4}(1 - \frac{\lambda - \frac{1}{2}}{4\lambda(1-\lambda)} - \frac{1}{4(1-\lambda)})$$

От дефиницията на λ непосредствено се установява че,

$$1 - \frac{\lambda - \frac{1}{2}}{4\lambda(1-\lambda)} - \frac{1}{4(1-\lambda)} = 4\lambda$$

Тогава $y(n+1) = \lambda^{n+1}$ и индуктивната стъпка е завършена.

От доказаното $y(n) = \lambda^n$, и дефинициите на $z(t)$ и $\gamma(t)$ непосредствено следва че, $y(t)$ удовлетворява уравнението (5) и че, $\liminf_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$.

Тъй като $y(t)$ е линейна функция във всеки интервал $[-\frac{1}{2} + \frac{k}{4}, -\frac{1}{4} + \frac{k}{4}]$, $k = 0, 1, 2, \dots$, то за да докажем че, $y(t) > 0$ е достатъчно да докажем че, $y(-\frac{1}{2} + \frac{k}{4}) > 0$ за $k = 0, 1, 2, \dots$.

$$y(-\frac{1}{2}) = \varphi(-\frac{1}{2}) = 2 + \frac{1}{2\lambda} - \frac{1}{4\lambda(1-\lambda)} = \frac{8-2\lambda}{4(1-\lambda)} + \frac{1}{4\lambda} > 0.$$

$y(-\frac{1}{2} + \frac{k}{4})$ зависи от k и е в една от формите $y(n)$, $y(n + \frac{1}{2})$ и $y(-\frac{1}{4} + \frac{n}{2})$.

Очевидно $y(n) = \lambda^n > 0$.

От уравнение (4) (за $f(t) = t$) следва че, $y(n + \frac{1}{2}) = \frac{1}{4}y(n) + \frac{2}{3}y(n+1) > 0$.

Остава да докажем че, $y(-\frac{1}{2} + \frac{n}{2}) > 0$. Точката $-\frac{1}{2} + \frac{n}{2}$ е или във вида $k + \frac{1}{4}$ или във вида $k + \frac{3}{4}$. Понеже $y(t)$ е линейна функция и $y(k) > 0$, то или $y(k - \frac{1}{4}) > y(k) > 0$ или $y(k + \frac{1}{4}) > y(k) > 0$.

Нека $y(k - \frac{1}{4}) > y(k) > 0$. Тогава

$$y(k + \frac{1}{4}) = \frac{1}{2}(y(k - \frac{1}{4}) - z(k - \frac{1}{4})) > \frac{1}{2}(\lambda^k - \frac{\lambda^{k-1}(2\lambda-1)}{8(1-\lambda)}) = \frac{\lambda^{k-1}}{2}(\lambda + \frac{1-2\lambda}{8(1-\lambda)}) > 0.$$

Нека $y(k + \frac{1}{4}) > y(k) > 0$. Тогава

$$y(k + \frac{3}{4}) = \frac{1}{2}(y(k + \frac{1}{4}) - z(k + \frac{1}{4})) > \frac{1}{2}(\lambda^k - \frac{\lambda^{k-1}(2\lambda^2-1)}{4(1-\lambda)}) = \frac{\lambda^{k-1}}{2}(\lambda + \frac{1-2\lambda^2}{4(1-\lambda)}) > 0.$$

Следователно $y(t) > 0$ за всяко $t \in [n - \frac{1}{2}, n + \frac{1}{2})$ т.е. е неосцилиращо с което доказахме че то изпълнява условията и резултатите на Теорема 1.

Забележка 1. Понеже $z(t)$ не винаги е неотрицателно то не можем да твърдим че,
 $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$.

ПРИМЕР 2.

Разглеждаме уравнение (5) с начална функция

$$\varphi(t) = 2 + \frac{1}{2\lambda} + \frac{t}{2\lambda(\lambda-1)} \quad \text{за } t \in [-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}),$$

$$\varphi(t) = 1 + (\frac{5-4\lambda}{2\lambda(\lambda-1)} - 4)t \quad \text{за } t \in [-\frac{1}{4}, 0].$$

където λ е корен на уравнението $F(\lambda) = 16\lambda^3 - 20\lambda^2 - \lambda - 2 = 0$. Съществува корен $\lambda \in (\frac{9}{8}, \frac{5}{4})$ на това уравнение понеже $F(\frac{9}{8}) < 0$ и $F(\frac{5}{4}) > 0$.

Дефинираме функцията $y(t)$ в $[-\frac{1}{2}, \infty)$ като

$$y(t + \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}(y(t) - z(t)) \quad \text{за } t \in [-\frac{1}{2} + \frac{k}{2}, \frac{k}{2}], \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad \text{където}$$

$$y(t) = \varphi(t) \quad \text{за } t \in [-\frac{1}{2}, 0] \quad \text{и}$$

$$z(t) = \frac{\lambda^{n-1}}{2}(n + \frac{\lambda-2}{2(\lambda-1)}) - \frac{\lambda^{n-1}}{2}t \quad \text{за } t \in [n - \frac{1}{2}, n),$$

$$z(t) = \frac{\lambda^n}{2}(n + \frac{\lambda-2}{2\lambda(\lambda-1)}) - \frac{\lambda^n}{2}t \quad \text{за } t \in [n, n + \frac{1}{2}) \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Ще докажем че $y(t)$ е решение на (5) с начална функция $\varphi(t)$ и че $y(t) > 1$ в $(0, \infty)$.

От дефиницията на $y(t)$ следва че $z(t) = y(t) - 2y(t + \frac{1}{2})$.

Ще докажем че $z'(t) = -\frac{1}{2}y(\gamma(t))$ във всеки интервал $[n - \frac{1}{2}, n + \frac{1}{2}]$.

От дефиницията на $z(t)$ получаваме $z(n) = \frac{\lambda^n}{2} \frac{\lambda-2}{2\lambda(\lambda-1)}$ и $z(n + \frac{1}{2}) = \frac{\lambda^n}{2} \frac{2\lambda-3}{2(\lambda-1)}$.

Ще докажем по индукция че, $y(n) = \lambda^n \quad n = 0, 1, 2, \dots$.
 Тъй като $y(0) = \varphi(0) = 1$ то твърдението е валидно при $n = 0$.
 Допускаме че, $y(n) = \lambda^n$.

$$y(n+1) = \frac{1}{4}(y(n) - z(n) - 2z(n + \frac{1}{2})) = \frac{\lambda^n}{4} (1 - \frac{\lambda - 2}{4\lambda(\lambda - 1)} - \frac{2\lambda - 3}{2(\lambda - 1)}) .$$

От дефиницията на λ непосредствено се установява че,

$$1 - \frac{\lambda - 2}{4\lambda(\lambda - 1)} - \frac{2\lambda - 3}{2(\lambda - 1)} = 4\lambda .$$

Тогава $y(n+1) = \lambda^{n+1}$ и индуктивната стъпка е завършена.

От доказаното $y(n) = \lambda^n$, и дефинициите на $z(t)$ и $\gamma(t)$ непосредствено следва че, $y(t)$ удовлетворява уравнението (5) .

За да докажем че $y(t) > 1$ за $t \in (0, \infty)$ е достатъчно да докажем че,

$$(*) \quad y(n) > 1 ;$$

$$(**) \quad y(n + \frac{1}{2}) > 1 \text{ и}$$

$$(***) \quad y(-\frac{1}{4} + \frac{n}{2}) > 1 \quad n = 1, 2, \dots$$

$$(*) \text{ Очевидно } y(n) = \lambda^n > 1 .$$

$$(**) \text{ От уравнение (4) (за } f(t) = t \text{) следва че, } y(n + \frac{1}{2}) = \frac{1}{4}y(n) + \frac{2}{3}y(n+1) = \frac{\lambda^n}{12}(3 + 8\lambda) > 1 .$$

(***) Точката $-\frac{1}{2} + \frac{n}{2}$ е или във вида $k + \frac{1}{4}$ или във вида $k + \frac{3}{4}$. Понеже $y(t)$ е линейна функция, то или $y(k - \frac{1}{4}) > y(k)$, или $y(k + \frac{1}{4}) > y(k)$.

Нека $y(k - \frac{1}{4}) > y(k)$. Тогава

$$\begin{aligned} y(k + \frac{1}{4}) &= \frac{1}{2}(y(k - \frac{1}{4}) - z(k - \frac{1}{4})) > \frac{1}{2}(\lambda^k - \frac{\lambda^{k-1}(3\lambda - 5)}{8(\lambda - 1)}) = \frac{\lambda^{k-1}}{2}(\lambda - \frac{3\lambda - 5}{8(\lambda - 1)}) \\ &> \frac{\lambda^{k-1}}{2}2\lambda = \lambda^k > 1. \end{aligned}$$

тъй като лесно може да се докаже че, $\lambda - \frac{3\lambda - 5}{8(\lambda - 1)} > 2\lambda$ за $\lambda \in (\frac{9}{8}, \frac{5}{4})$.

Нека $y(k + \frac{1}{4}) > y(k)$. Тогава

$$\begin{aligned} y(k + \frac{3}{4}) &= \frac{1}{2}(y(k + \frac{1}{4}) - z(k + \frac{1}{4})) > \frac{1}{2}(\lambda^k + \frac{\lambda^{k-1}(\lambda^2 - 3\lambda + 4)}{8(\lambda - 1)}) \\ &= \frac{\lambda^{k-1}}{2}(\lambda + \frac{\lambda^2 - 3\lambda + 4}{8(\lambda - 1)}) > \frac{\lambda^{k-1}}{2}2\lambda = \lambda^k > 1. \end{aligned}$$

Тъй като лесно може да се докаже че, $\lambda + \frac{\lambda^2 - 3\lambda + 4}{8(\lambda - 1)} > 2\lambda$ за $\lambda \in (\frac{9}{8}, \frac{5}{4})$.

Следователно $y(t)$ е неосцилиращо и $\liminf_{t \rightarrow \infty} y(t) > 1$ и според Теорема 1 можем да заключим че, $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \infty$.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Akhmet M.U. "Integral manifolds of differential equations with piecewise constant argument of generalized type" Nonlinear Analysis: Theory, Methods and Applications, 2007, vol.66, no.2, p.367-383.
- [2] Chiu K.S. and Pinto M. "Periodic solutions of differential equations with a general piecewise constant argument and applications" Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations, 2010, vol.46, p.1-19.
- [3] Chiu K.S. and Pinto M. "Oscillatory and periodic solutions in alternately advanced and delayed differential equations" Carpathian Journal of Mathematics, 2013, vol.29, no.2, p.149-158.
- [4] Chiu K.S. "Periodic solutions for nonlinear integro-differential systems with piecewise constant argument" The Scientific World Journal, vol.2014, p.1-4.
- [5] Kostadinov T. and Projcheva V. "Oscillatory and asymptotic properties of nonlinear first order differential equations with piecewise constant argument of generalized type" IJPAM, nov.2016, vol.110, iss.3, p.547-562.
- [6] Myshkis A.D. "On certain problems in the theory of differential equations with deviating argument" Uspekhi Matematicheskikh Nauk, 1977, vol.32, p.173-202.
- [7] Pinto M. "Asymptotic equivalence of nonlinear and quasi linear differential equations with piecewise constant argument" Mathematical and Computer Modelling, 2009, vol.49, no.9-10, p.1750-1758.
- [8] Pinto M. "Cauchy and Green matrices type and stability in alternately advanced and delayed differential systems" Journal of Difference Equations and Applications, 2011, vol.17, no.2, p.235-254.

Технически Университет София,
Филиал Пловдив, Пловдив 4000
ул.Цанко Дюстабанов 25, България

e-mail address peterblood62@yahoo.com

PRACTICAL APPLICATION OF ONE THEOREM FOR ASYMPTOTIC BEHAVIOR OF THE SOLUTIONS OF A NEUTRAL DIFFERENTIAL EQUATION WITH PIECEWISE CONSTANT ARGUMENT OF GENERALIZED TYPE

Todor Kostadinov

Abstract

In the present paper two examples illustrating one Theorem for asymptotic behavior of the solutions of a neutral differential equation are constructed. It is proven that the examples satisfy the conditions of the Theorem and the conclusion for the behavior of the solution is made.

Key words

Neutral equation, oscillate and nonoscillate solutions, asymptotic behavior, piecewise constant argument.

Todor Kostadinov
Technical University of Sofia
Plovdiv branch, Plovdiv 4000
25 Tsanko Dystabanov street,
Plovdiv, Bulgaria.

e-mail address peterblood62@yahoo.com

PROOF

БАЗОВИ МОДЕЛИ НА РАЗПРОСТРАНЕНИЕ НА ИНОВАЦИИТЕ С НЕЛИНЕЙНА ЗАВИСИМОСТ ОТ ДЕЙСТВИТЕЛНИЯ ПАЗАР

Веселина Тавкова, гл. ас. д-р Асен Христов

Пловдивски университет „П. Хилендарски“

Резюме: Премет на настоящия доклад е математическо моделиране на разпространението на иновативни продукти. Такива модели се срещат в литературата и под името дифузионни модели. Оказва се, че всички иновативни продукти имат своя логика на разпространение. Една от спецификите на разпространението във времето на иновативните продукти е универсалността на законите на разпространение – по един и същ начин става разпространението. Втората особеност се състои в изключителната динамика на това разпространение. Всяка една иновативна стока има свой потенциален пазар на разпространение, в зависимост от целевата група, за която е предназначена. Тя успява да покрие много голяма част от този потенциален пазар, но не изведнъж, а като процес, разположен във времето. Една част от нейните потенциални потребители закупува стоката, повлияна от рекламите в средствата за масова информация. По-голямата част от потенциалните купувачи не забелязва или е скептична към рекламата – тези купувачи закупуват стоката повлияни от препоръките на техни познати, които вече я притежават. Тези два фактора се наричат съответно външен и вътрешен. Модели със смесено влияние се наричат тези модели на разпространение на иновациите, при които са налице и двата фактора. В доклада са изложени базовия модел на разпространение на иновации – всички разглеждани модели се явяват негови частни случаи или обобщения, фундаменталния модел и неговите три варианта – моделите с външно, вътрешно и смесено влияние, както е и направена вероятностна интерпретация на модела със смесено влияние. Моделите, допускащи вътрешно влияние, при които зависимостта на нарастването от действителния пазар не е линейна – при функция, растяща по-бързо от линейната, действителният пазар усилва нарастването, а в обратния случай – го отслабва. Въпреки това обаче, при тези модели се запазват характеристиките на класическите модели. Във времето, разпространението на иновативните продукти има различен характер – времеви интервали на ускорено или забавено нарастване. Преминаването през момента на смяна на този характер на разпространение е своеобразен индикатор за достигане до определена степен на

задоволеност на пазара (различна за различните модели). Във всички, разглеждани от нас модели правим изследване в направленията – получаване на явен вид на функцията на разпространение, асимптотика и характер на разпространението. В теореме са обобщени получените резултати за всеки един от моделите в настоящата статия.

Ключови думи: иновация, дифузия, базов модел, модел с вътрешно влияние, модел със смесено влияние, инвариантност относно мащаба, квазилинейни модели.

През последните 50-60 години са създадени много математически модели на разпространение на иновативни продукти на пазарите. Добър обзор на такива модели е направен от Соловьев (В. И. Соловьев, 2009).

В теорията на иновациите под **дифузия (разпространение) на иновацията** се разбира решението

$$N = N(t)$$

на задачата на Коши за обикновеното диференциално уравнение

$$\frac{dN(t)}{dt} = f(t, N(t))$$

с начално условие

$$N(0) = N_0,$$

където $N(t)$ е обема на разпространение на иновацията към момент от времето t (който е равен или на броя продадени екземпляра от иновативния продукт или на броя на действителните потребители); $f(t, N(t))$ е функцията, определяща вида на дифузионната крива, отразяваща предположението за начина на разпространение на иновацията. Предполагаме, че $N(t)$ е непрекъснато диференцируема функция, а $f(t, N(t))$ – унимодална.

Базовият модел на разпространение на иновациите е предложен в класическите работи на Kalish и Sen (Kalish S., Sen S. K, 1986) Mahajan и Schoeman (Mahajan V., Schoeman M. E. F., 1977) изглежда по следния начин

$$\frac{dN(t)}{dt} = g(t, N(t))(M - N(t)). \quad (1)$$

В този модел се предполага, че общият брой на потенциални потребители M е постоянен във времето, а скоростта на разпространение на иновацията $\frac{dN(t)}{dt}$ във всеки момент е пропорционална на обема на потенциалния пазар $M - N(t)$. При увеличаването на действителните потребители на продукта $N(t)$ намаляват

потенциалните потребители $M - N(t)$, което забавя скоростта на разпространение на иновацията.

Общ фундаментален модел. Функцията $g(t, N(t))$ в израза на базовия модел се нарича **скорост на адаптацията** и обикновено се интерпретира като вероятност потенциалния потребител да закупи иновативния продукт в момент t . Във фундаменталния модел тази функция се приема за линейна функция на $N(t)$:

$$g(t, N(t)) = a + bN(t).$$

Като заместим скоростта на адаптация в базовия модел получаваме

$$\frac{dN(t)}{dt} = (a + bN(t))(M - N(t)), \quad (2)$$

което е обикновеното диференциално уравнение на фундаменталния модел за разпространение на иновациите. Параметрите a и b в този модел отразяват съответно външните и вътрешни влияния върху скоростта на адаптация. Смята се, че събираемото $a(M - N)$, отразяващо външното влияние върху потребителя е вследствие от маркетингови и рекламни компании (внушаващи на потребителя, че иновативния продукт му е необходим). Вътрешното влияние, на което съответства събираемото $bN(M - N)$ е резултат от комуникацията между действителните и потенциалните потребители (в резултат, от което на потенциалните потребители се предава информация за иновативния продукт).

Най-разпространените модели на разпространение на иновациите са тези, при които и двата коефициента a и b са различни от нула – моделите със смесено влияние. Те се основават на така наречената **комуникационна хипотеза**, формулирана от Lazarsfeld, Barelson и Gaudet (Lazarsfeld P. F., Barelson B., Gaudet H., 1948). Тази хипотеза се състои в предположението, че съобщенията за продукта в средствата за масово осведомяване не оказват влияние върху основната част от потенциалните потребители, но достигат до определена малка група, която след това влияе на останалите потребители.

При $a = 0$ говорим за модели с вътрешно влияние, а при $b = 0$ – за модели с външно влияние.

Моделите със смесено влияние предполагат, че на процеса на вземане на решение за придобиване на иновативния продукт оказват влияние и външните фактори – нуждата на индивида от продукта и съобщенията за него в средствата за масово осведомяване и вътрешните фактори – личните контакти на действителните ползватели с потенциалните.

Диференциалното уравнение на модела със смесено влияние е (6), като решението му се задава с

$$N(t) = \frac{M(a + bN_0) - a(M - N_0)e^{-(a+bM)t}}{(a + bN_0) + b(M - N_0)e^{-(a+bM)t}}.$$

Графиката на функцията $N = N(t)$ се нарича **обобщена логистична линия**.

Активното използване на моделите на разпространение на иновациите започва през 1969 г., когато Bass публикува работата си (Bass F. M., 1969) „A new product growth for model consumer durables“. В тази статия той предлага процеса на разпространение на новите стоки за дълготрайна употреба да се разглежда като „епидемия“, при което хората, които още не са станали потребители на иновацията се „инфектират“ от действителните потребители и освен това са подложени на външни въздействия, като реклама например. Ф. Бас е използвал предложения от него модел за анализ на процесите на разпространение на различни стоки за дълготрайна употреба (телевизори, магнетофони, хладилници, климатици, кафемашини и др.) и получава голямо съответствие между получените с помощта на модела прогнозни резултати и реалните обеми на продажби. След него стотици изследователи са използвали модела на дифузия на иновациите със смесено влияние и са достигали до резултати, добре съгласувани с реалностите.

Същевременно Bass дава и вероятностна интерпретация на моделите със смесено влияние. Според него диференциалното уравнение на модела може да се запише така

$$\frac{dN(t)}{dt} = \left(p + \frac{q}{M}N(t) \right) (M - N(t)),$$

където p е числов параметър измерващ **иновативната готовност на индивида** (т.е. готовността и желанието да придобие продукта без влиянието на другите потребители), а q – числов параметър измерващ **податливостта на индивида към имитация** (т.е. готовността да придобие продукт под влиянието на хора от неговото обкръжение).

Сравнявайки горното диференциално уравнение с диференциалното уравнение на фундаменталния модел на разпространяване на иновациите (2), виждаме че той се получава като граничен случай на вероятностния модел на Ф. Бас (при $M \rightarrow \infty$) като $a = p$, а $b = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{q}{M}$.

Тъй като p и q са вероятности, то логично е да предположим, че

$$a < 1, bM < 1 \text{ и } a + bM < 1.$$

Характер на разпространение на иновациите. И при трите предложени модела на разпространение на иновациите $N(t)$ представлява растяща функция, стремяща се към M (т.е. към пълно обхващане на потенциалния пазар) при неограничено нарастване на t , или

$$\lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = M.$$

С други думи, $N = M$ е хоризонтална асимптота за графиката на функцията $N = N(t)$.

Това нарастване на $N(t)$ обаче има различен характер: в някои от случаите то става с нарастване на скоростта, а в други – с намаляване. Очевидно, когато расте скоростта $N''(t) = (N'(t))' > 0$ и графиката на функцията е изпъкнала, а при намаляване на скоростта $N''(t) < 0$ и графиката е вдлъбната. В момента от времето $t = t_0$, в който характера на разпространение се променя (т.е. скоростта се променя от растяща в намаляваща) ще имаме $N''(t_0) = 0$, което съответства на точка на инфлексия.

За модела с външно влияние ще имаме

$$N' = a(M - N) \Rightarrow N'' = -aN' = -a^2(M - N) < 0,$$

следователно графиката на $N(t)$ е вдлъбната през цялото време, т.е. разпространението на иновации само с външно влияние става с намаляваща скорост.

За модела с вътрешно влияние получаваме

$$N' = bN(M - N) \Rightarrow N'' = b^2N(M - N)(M - 2N),$$

следователно в началото, за тези стойности на t при които $N(t) < \frac{M}{2}$ разпространението ще става с растяща скорост, в последствие, когато $N(t) > \frac{M}{2}$ скоростта ще е намаляваща, а при $t = t_0$, за което $N(t_0) = \frac{M}{2}$ ще се променя характера на разпространение. Тези разсъждения предполагат, че $N_0 < \frac{M}{2}$.

При модела със смесено влияние ще имаме

$$N' = (a + bN)(M - N) \Rightarrow N'' = (a + bN)(M - N)(bM - a - 2bN).$$

Това идва да покаже, че ако t е достатъчно малко, че да е изпълнено неравенството $N(t) < \frac{M}{2} - \frac{a}{2b}$ разпространението е с растяща скорост, а при $N(t) > \frac{M}{2} - \frac{a}{2b}$ – с намаляваща. При $t = t_0$, за което $N(t_0) = \frac{M}{2} - \frac{a}{2b}$ ще се променя скоростта на разпространение. Очевидно трябва за началното условие да е изпълнено $N_0 < \frac{M}{2} - \frac{a}{2b}$. Вижда се, че предният случай може да се разглежда като частен случай на този (при $a = 0$).

Инвариантност относно мащаба. За моделите на разпространение на иновации е много важно да притежават инвариантност относно мащаба: при промяна на мащаба да се запазват диференциалните уравнения и оттам – функциите на разпространение на иновациите. При фундаменталните модели със смесено (вътрешно или външно) влияние това е така. Нека M, N, N_0 са стойностите на съответните величини при един мащаб, а $\bar{M}, \bar{N}, \bar{N}_0$ – при друг, като е изпълнено

$$M = k\bar{M}, \quad N = k\bar{N}, \quad N_0 = k\bar{N}_0. \quad (3)$$

За да имаме инвариантност относно мащаба е необходимо да е изпълнено условието

$$N' = k\bar{N}'.$$

Тогава ще имаме

$$N' = k\bar{N}' = (a + b\bar{N})k(\bar{M} - \bar{N})$$

или

$$\bar{N}' = (a + b\bar{N})(\bar{M} - \bar{N}).$$

От друга страна ще имаме

$$\bar{N}' = (\bar{a} + \bar{b}\bar{N})(\bar{M} - \bar{N}),$$

което е изпълнено при

$$\bar{a} = a \quad \text{и} \quad \bar{b} = bk.$$

Тъй като

$$\frac{\bar{b}}{b} = k = \frac{M}{\bar{M}} \Rightarrow bM = \bar{b}\bar{M}.$$

Следователно, при смяна на мащаба ще имаме

$$a = \text{const} \quad \text{и} \quad bM = \text{const}, \quad (4)$$

С други думи: с колкото разделяме (умножаваме) величините M, N, N_0 с толкова трябва да умножим (разделим) коефициента b , а коефициентът a се запазва.

В настоящата работа ще разгледаме такива базови модели на разпространение на иновациите, при които първият множител в (1) е нелинейна унимодална функция от действителния пазар $N(t)$. Тогава диференциалното уравнение, описващо такъв модел ще има вида

$$\frac{dN(t)}{dt} = g(N(t))(M - N(t)),$$

където $g(N(t))$ е нелинейна унимодална функция.

Най-простите примери за такива модели се задават с диференциалните уравнения

$$\frac{dN(t)}{dt} = (a + b(N(t))^\alpha)(M - N(t)) \quad (5)$$

и

$$\frac{dN(t)}{dt} = (a + bN(t))^\alpha(M - N(t)) \quad (6)$$

Моделите, зададени с (5) и (6) ще наричаме квазилинейни.

Първо, нека да разгледаме въпроса, свързан с инвариантността относно мащаба при квазилинейните модели. За модела, зададен с (6) ако извършим смяната на мащаба (3) получаваме

$$N' = k\bar{N}' = (a + bk\bar{N})^\alpha k(\bar{M} - \bar{N})$$

или

$$\bar{N}' = (a + bk\bar{N})^\alpha(\bar{M} - \bar{N})$$

От друга страна ще имаме

$$\bar{N}' = (\bar{a} + \bar{b}\bar{N})^\alpha(\bar{M} - \bar{N}),$$

следователно при този модел условията (4) гарантират инвариантността относно мащаба.

За квазилинейния модел, зададен с уравнението (5) при смяната на мащаба (3) получаваме

$$\bar{N}' = (a + bk^\alpha \bar{N}^\alpha)(\bar{M} - \bar{N}) = (\bar{a} + \bar{b}\bar{N}^\alpha)(\bar{M} - \bar{N}),$$

което означава че

$$\bar{a} = a \quad \text{и} \quad \bar{b} = bk^\alpha \Rightarrow \frac{\bar{b}}{b} = k^\alpha = \frac{M^\alpha}{\bar{M}^\alpha} \quad \text{или} \quad \bar{b}\bar{M}^\alpha = bM^\alpha$$

т.е. условията за инвариантност относно мащаба за този модел са

$$a = \text{const} \quad \text{и} \quad bM^\alpha = \text{const}.$$

Ако диференциалното уравнение на този модел модифицираме така

$$\frac{dN(t)}{dt} = (a + (bN(t))^\alpha)(M - N(t)), \quad (7)$$

то условията за инвариантност относно мащаба ще бъдат отново (3).

Определение 1. Под модел с отслабено (усилено) влияние на действителния пазар разбираме такъв модел, при който нарастването на $N(t)$ във времето, тоест $N'(t)$ е функция от вида:

$$N'(t) = g(N(t))(M - N(t)),$$

където $g(N(t))$ е растяща функция на един аргумент, като тя е растяща по-бавно (по-бързо) от линейната функция.

Да разгледаме квазилинейния модел, описан чрез (5), при който е извършено подходящото мащабиране, така че капацитета на пазара $M = 1$. Тогава диференциалното уравнение ще бъде

$$N'(t) = (a + b(N(t))^\alpha)(1 - N(t))$$

с подходящи коефициенти a и b . Освен това за всяко t ще имаме $N(t) < 1$. Пред вид на свойствата на показателната функция ще имаме $N^\alpha < N$ ($N^\alpha > N$) при $\alpha > 1$ ($\alpha \in (0,1)$). Същите изводи можем да направим и за моделите, описвани с (6) и (7). Така получаваме, че при $\alpha > 1$ квазилинейните модели са с отслабено влияние на действителния пазар, а при $\alpha \in (0,1)$ – с усилено.

Да разгледаме квазилинейния модел, зададен с уравнението (6) и да се опитаме да направим изводи за поведението на скоростта на разпространение на иновациите. След диференциране на (6) получаваме

$$N'' = (a + bN)^{\alpha-1}[\alpha b(M - N) - (a + bN)]N'$$

и след заместване на N' от (6):

$$N'' = (a + bN)^{2\alpha-1}(M - N)[\alpha bM - a - b(\alpha + 1)N].$$

Тъй като $(a + bN)^{2\alpha-1} > 0$ и $M - N > 0$, то знакът на втората производна ще се определя от израза в средните скоби, който се нулира при

$$N = N^* = \frac{\alpha bM - a}{b(\alpha + 1)} = \frac{\alpha}{\alpha + 1}M - \frac{a}{b(\alpha + 1)}.$$

Очевидно, при

$$a \leq \alpha bM$$

втората производна ще е винаги отрицателна в интервала $N \in (N_0, M)$, следователно моделите на разпространение на иновациите ще са с намаляваща скорост. В частност, при $a = 0$ и $b \neq 0$ това винаги ще е така – това са квазилинейните модели с вътрешно влияние.

В противен случай (при $a > \alpha bM$) за стойностите на N в интервала $N \in (N_0, N^*)$ (стига N_0 да е по-малко от N^*) иновациите се разпространяват с растяща скорост (графиката на линията на разпространение е изпъкнала); при $N \in (N^*, M)$ – с намаляваща (графиката е вдлъбната); а в момента t^* , при който $N(t^*) = N^*$ ще се наблюдава смяна на характера на разпространение на иновациите (инфлексна точка за графиката).

При квазилинейните модели, зададени с диференциалните уравнения (5) и (7) такива изводи (при произволни стойности на параметрите) не могат да се направят.

Пример 1. Ще разгледаме квазилинейния модел, описан с диференциалното уравнение (5) при $a = 0$ (модел с вътрешно влияние) и $\alpha = \frac{1}{2}$. Тогава получаваме обикновенното диференциално уравнение:

$$N'(t) = b(N(t))^{\frac{1}{2}} \cdot (M - N(t)),$$

където вътрешното влияние зависи от корен квадратен от достигнатата стойност на разпространение на величината $N(t)$. Зависимостта от потенциалния (останал) пазар е по същия начин, както при основния модел.

И тук както по-горе ще се опитаме да направим изследване в следните направления:

- Явен вид на функцията на разпространение $N(t)$;
- Асимптотика (поведение при неограничено нарастване на времето);
- Поведение на скоростта на разпространение.

За да намерим явния вид на функцията на разпространение $N(t)$, трябва да решим горното обикновено диференциално уравнение. То е уравнение с разделени променливи. Неговото общо решение се получава чрез непосредствено интегриране:

$$\int \frac{dN}{N^{\frac{1}{2}} \cdot (M - N)} = \int b dt.$$

След интегриране и извършване на подходящите преобразования, получаваме общото решение на диференциалното уравнение на модела

$$N(t) = \frac{M(1 - C_1 e^{-b\sqrt{M}t})^2}{(1 + C_1 e^{-b\sqrt{M}t})^2}.$$

За определяне на интеграционната константа C_1 ще използваме началното условие на задачата на Коши. Ще имаме:

$$N(0) = \frac{M(1 - C_1)^2}{(1 + C_1)^2} = N_0 \Rightarrow C_1 = \frac{\sqrt{M} - \sqrt{N_0}}{\sqrt{M} + \sqrt{N_0}}$$

Заместваме получената стойност на C_1 в общото решение. Така достигаме до окончателното решение на модела:

$$N(t) = \frac{M[(\sqrt{M} + \sqrt{N_0}) - (\sqrt{M} - \sqrt{N_0})e^{-b\sqrt{M}t}]^2}{[(\sqrt{M} + \sqrt{N_0}) + (\sqrt{M} - \sqrt{N_0})e^{-b\sqrt{M}t}]^2}. \quad (8)$$

Графиката на функцията $N = N(t)$, описваща разпространението на иновациите в случай на това усилено вътрешно влияние е линия, близка по вид на логистичната линия.

Вижда се, че при този модел на разпространение на иновациите $N(t)$ е растяща функция, стремяща се към пълното обхващане на потенциалния пазар при неограничено нарастване на времето t . И наистина:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{M[(\sqrt{M} + \sqrt{N_0}) - (\sqrt{M} - \sqrt{N_0})e^{-b\sqrt{M}t}]^2}{[(\sqrt{M} + \sqrt{N_0}) + (\sqrt{M} - \sqrt{N_0})e^{-b\sqrt{M}t}]^2} = M.$$

С други думи, $N = M$ е хоризонтална асимптота за графиката на функцията $N = N(t)$.

Да разгледаме сега въпросът за поведението на скоростта на разпространение в този случай. За този модел с усилено вътрешно влияние ще имаме:

$$N' = bN^{\frac{1}{2}} \cdot (M - N) = bMN^{\frac{1}{2}} - bN^{\frac{3}{2}},$$

тогава за втората производна получаваме:

$$N'' = \frac{bM}{2\sqrt{N}}N' - \frac{3\sqrt{N}}{2}N' = \frac{b^2}{2}(M - N)(M - 3N).$$

Следователно за тези стойности на t , при които $N(t) < \frac{M}{3}$ разпространението ще става с растяща скорост, а графиката на функцията ще е изпъкнала, в последствие, когато $N(t) > \frac{M}{3}$, скоростта ще е намаляваща, а графиката – вдлъбната, а при $t = t_0$, за което $N(t_0) = \frac{M}{3}$, скоростта ще променя характера на разпространение (тоест от растяща в намаляваща). Тези разсъждения предполагат, че $N_0 < \frac{M}{3}$.

Обобщаваме получените резултати от изследванията в Теорема 1.

Теорема 1. За квазилинейния модел, описван чрез диференциалното уравнение:

$$N'(t) = b(N(t))^{\frac{1}{2}} \cdot (M - N(t)),$$

(където M е обема на потенциалния пазар, а b е коефициент, показващ силата на вътрешното влияние) явния вид на функцията на разпространение е (8). При неограничено нарастване на времето $N(t)$ се стреми към M , тоест моделът предполага постепенно насищане на пазара. Във времето, преди да се достигне насищане на една трета от потенциалния пазар разпространението се извършва с растяща скорост, а след това - с намаляваща, следователно при $t = t_0$, за което $N(t_0) = \frac{M}{3}$ се сменя характера на разпространението на величината $N(t)$.

Пример 2. Разглеждаме квазилинеен модел, описващ се с диференциалното уравнение (8) при $\alpha = \frac{1}{2}$. Тогава получаваме обикновенното диференциално уравнение:

$$N'(t) = \left(a + b(N(t))^{\frac{1}{2}} \right) (M - N(t)).$$

Този модел предполага, че на процеса на вземане на решение за придобиване на иновативния продукт оказват влияние външните фактори (коефициентът a) или с други думи, нуждата на индивида от продукта и съобщенията за него в средствата за масово осведомяване. Влияние оказват и вътрешните фактори (личните контакти на действителните ползватели с потенциалните), които зависят от корен квадратен от достигнатата стойност на разпространението на величината $N(t)$. Зависимостта от потенциалния пазар е по същия начин както при основния модел на смесено влияние.

Нека да намерим явния вид на функцията на разпространение $N(t)$. За намирането и е нужно да решим горното обикновено диференциално уравнение. То е с разделени променливи и неговото общо решение се получава чрез непосредствено интегриране:

$$t + c = \frac{1}{b^2 M - a^2} \ln \frac{(\sqrt{M} + \sqrt{N})^{(b\sqrt{M}+a)}}{(\sqrt{M} - \sqrt{N})^{(b\sqrt{M}-a)} (a + b\sqrt{N})^{2a}}.$$

При $t = 0$ получаваме

$$c = \frac{1}{b^2 M - a^2} \ln \frac{(\sqrt{M} + \sqrt{N_0})^{(b\sqrt{M}+a)}}{(\sqrt{M} - \sqrt{N_0})^{(b\sqrt{M}-a)} (a + b\sqrt{N_0})^{2a}}$$

или окончателното решение се получава

$$t = \frac{1}{b^2 M - a^2} \ln \frac{\left(\frac{(\sqrt{M} + \sqrt{N})}{(\sqrt{M} + \sqrt{N_0})} \right)^{(b\sqrt{M}+a)}}{\left(\frac{(\sqrt{M} - \sqrt{N})}{(\sqrt{M} - \sqrt{N_0})} \right)^{(b\sqrt{M}-a)} \left(\frac{(a + b\sqrt{N})}{(a + b\sqrt{N_0})} \right)^{2a}}. \quad (9)$$

Така достигнахме до горния явен вид $t = t(N)$ трудно е да се определи явния вид на функцията на разпространение $N(t)$, но нека направим изследване, какво ще е поведението на величината $N(t)$ при неограничено нарастване на времето t . Нека предположим, че $t \rightarrow +\infty$, тогава лявата страна на равенството ще се стреми към $+\infty$. За да е така и при дясната страна на същото равенство, е необходимо $N(t) \rightarrow M$. С други думи:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} N(t) = M$$

и правата $N = M$ е хоризонтална асимптота на графиката на функцията $N = N(t)$.

Да разгледаме поведението на скоростта на разпространение. За този модел ще имаме:

$$N' = (a + b\sqrt{N})(M - N),$$

като за втората производна получаваме:

$$N'' = -a(a + b\sqrt{N})(M - N) + \frac{bM}{2\sqrt{N}}(a + b\sqrt{N})(M - N) - \frac{3}{2}b\sqrt{N}(a + b\sqrt{N})(M - N),$$

тоест

$$N'' = (a + b\sqrt{N})(M - N) \left(-a + \frac{bM}{2\sqrt{N}} - \frac{3}{2}b\sqrt{N} \right).$$

Това показва, че ако t е достатъчно малко, че да е изпълнено неравенството $N(t) < \frac{(\sqrt{a^2+3b^2M}-a)^2}{9b^2}$ скоростта на разпространение на иновацията ще е растяща, а графиката – изпъкнала. В последствие $N(t) > \frac{(\sqrt{a^2+3b^2M}-a)^2}{9b^2}$ – намаляваща скорост и графиката – вдлъбната, а при $t = t_0$, за което $N(t_0) = \frac{(\sqrt{a^2+3b^2M}-a)^2}{9b^2}$ ще се променя скоростта на разпространение. Вижда се, че за начално условие трябва да е изпълнено $N_0 < \frac{(\sqrt{a^2+3b^2M}-a)^2}{9b^2}$.

Резултатите от изследване на модела излагаме в Теорема 2.

Теорема 2. За квазилинейния модел, описан от диференциалното уравнение:

$$N'(t) = (a + bf(N(t)))(M - N(t)),$$

(където коефициентите a и b отразяват силата на външното и съответно вътрешно влияние върху потребителите на иновативния продукт, а $M - N(t)$ – обема на броя на потенциалния пазар или броя на потенциалните потребители) времето се изразява посредством разпространението чрез формула (9). При този модел на разпространение на иновацията $N(t)$ се стреми към пълното обхващане на потенциалния пазар при неограничено нарастване на времето t . Преди функцията на разпространение да достигне стойността

$$\frac{(\sqrt{a^2 + 3b^2M} - a)^2}{9b^2}$$

нарастването се извършва с растяща скорост, а след това с намаляваща, следователно при $t = t_0$, за което $N(t_0) = \frac{(\sqrt{a^2+3b^2M}-a)^2}{9b^2}$ се сменя характера на разпространението.

Пример 3. Разглеждаме квазилинейния модел с вътрешно влияние, описан чрез диференциалното уравнение (5) при $\alpha = 2$. Тогава получаваме обикновеното диференциално уравнение:

$$N'(t) = b(N(t))^2(M - N(t)),$$

където вътрешното влияние зависи от квадрата от достигнатата стойност на разпространение на величината $N(t)$, а скоростта на разпространение на иновацията $\frac{dN(t)}{dt}$ е пропорционална на потенциалната възможност за насищане на пазара, по същия начин както при основния модел.

За да получим неговото общо решение използваме метода на непосредственото интегриране:

$$\int \frac{dN}{N^2(M - N)} = \int b dt$$

и получаваме общия интеграл

$$t + C = \frac{1}{bM^2} \ln \frac{N}{M - N} - \frac{1}{MN}.$$

При $t = 0$ ще имаме

$$C = \frac{1}{bM^2} \ln \frac{N_0}{M - N_0} - \frac{1}{MN_0}$$

или окончателно

$$t = \frac{1}{bM^2} \ln \frac{N(M - N_0)}{N_0(M - N)} + \frac{N - N_0}{MNN_0}. \quad (10)$$

Трудно е да се определи явния вид на функцията на разпространение $N(t)$ при модела с ускорено вътрешно влияние, но можем да направим изследване на поведението при неограничено нарастване на времето t . Нека да предположим, че $t \rightarrow +\infty$. За да е така и при дясната страна на равенството, е необходимо $N(t) \rightarrow M$. Тогава:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{N(t)}{M - N(t)} = +\infty.$$

В предвид на тези разсъждения ще имаме асимптотично поведение на величината $N(t)$, описана от модела, тоест:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} N(t) = M$$

и правата $N = M$ се явява хоризонтална асимптота на графиката на функцията $N = N(t)$.

Да направим изследване и за поведението на скоростта на разпространение. За този модел ще имаме:

$$N' = bN^2 (M - N) = bMN^2 - bN^3.$$

За втората производна намираме:

$$N'' = b^2 N^3 (M - N)(2M - 3N).$$

Правим извода, че за тези стойности на t , при които $N(t) < \frac{2M}{3}$, скоростта на разпространение ще е растяща, а графиката на функцията ще е изпъкнала, при $N(t) > \frac{2M}{3}$ разпространението е с намаляваща скорост, а графиката – вдлъбната, при $t = t_0$, $N(t_0) = \frac{2M}{3}$ скоростта променя своя характер. Очевидно $N_0 < \frac{2M}{3}$.

Всички резултати от изследванията обобщаваме в Теорема 3.

Теорема 3. За модела, описван чрез диференциалното уравнение:

$$N'(t) = b(N(t))^2 (M - N(t)),$$

(където M е обема на потенциалния пазар, а коефициент b , отразява силата на вътрешното влияние върху потребителите на иновативния продукт) решението се задава посредством зависимостта на времето от разпространението (10). При неограничено нарастване на времето функцията на разпространение на иновацията се стреми към пълното насищане на потенциалния пазар. Освен това в момент от времето $t = t^*$, в който се достига $\frac{2}{3}$ от насищането на потенциалния пазар се сменя характера на разпространение, като за $t < t^*$ скоростта на разпространение е растяща и графиката – изпъкнала, а за $t > t^*$ - скоростта е намаляваща и графиката – вдлъбната.

Пример 4. Разглеждаме квазилинейния модел със смесено влияние, описан чрез диференциалното уравнение (6) при $\alpha = \frac{1}{4}$. Тогава получаваме обикновеното диференциално уравнение:

$$N'(t) = (a + bN(t))^{\frac{1}{4}} (M - N(t)),$$

което решаваме чрез непосредствено интегриране. Общият интеграл е

$$t + C = \frac{1}{\sqrt[4]{bM + a}} \left(\ln \frac{\sqrt[4]{bM + a} + \sqrt[4]{bN + a}}{\sqrt[4]{bM + a} - \sqrt[4]{bN + a}} - 2 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt[4]{bN + a}}{\sqrt[4]{bM + a}} \right).$$

При $t = 0$ получаваме

$$C = \frac{1}{\sqrt[4]{bM + a}} \left(\ln \frac{\sqrt[4]{bM + a} + \sqrt[4]{bN_0 + a}}{\sqrt[4]{bM + a} - \sqrt[4]{bN_0 + a}} - 2 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt[4]{bN_0 + a}}{\sqrt[4]{bM + a}} \right),$$

откъдето решението е

$$t = \frac{1}{\sqrt[4]{bM+a}} \left(\ln \frac{(\sqrt[4]{bM+a} + \sqrt[4]{bN+a})(\sqrt[4]{bM+a} - \sqrt[4]{bN_0+a})}{(\sqrt[4]{bM+a} - \sqrt[4]{bN+a})(\sqrt[4]{bM+a} + \sqrt[4]{bN_0+a})} + 2 \arctg \frac{\sqrt[4]{bM+a}(\sqrt[4]{bN_0+a} - \sqrt[4]{bN+a})}{\sqrt[4]{bM+a} + \sqrt[4]{bN_0+a} \sqrt[4]{bN+a}} \right) \quad (11)$$

По същият начин, както в предишните примери установяваме, че

$$\lim t \rightarrow \infty \Leftrightarrow \lim N \rightarrow M.$$

Пред вид на това, че разглежданията за характера на разпространението са общи за всички квазилинейни модели, описващи се с уравнение (6), можем да оформим изследванията за този модел в Теорема 4.

Теорема 4. За модела, описван чрез диференциалното уравнение:

$$N'(t) = (a + bN(t))^{\frac{1}{4}}(M - N(t)),$$

решението се задава посредством зависимостта на времето от разпространението (11). При неограничено нарастване на времето функцията на разпространение на иновацията се стреми към пълното насищане на потенциалния пазар. Освен това в момент от времето $t = t^*$, в който

$$N(t^*) = \frac{M}{5} - \frac{4a}{5b}$$

се сменя характера на разпространение, като за $t < t^*$ скоростта на разпространение е растяща и графиката – изпъкнала, а за $t > t^*$ - скоростта е намаляваща и графиката – вдлъбната.

Пример 5. Разглеждаме квазилинейния модел със смесено влияние, описан чрез диференциалното уравнение (6) при $\alpha = \frac{1}{2}$. Тогава получаваме обикновеното диференциално уравнение:

$$N'(t) = (a + bN(t))^{\frac{1}{2}}(M - N(t)),$$

което решаваме чрез непосредствено интегриране. Общият интеграл е

$$t + C = \frac{1}{\sqrt{bM+a}} \ln \frac{\sqrt{bM+a} + \sqrt{bN+a}}{\sqrt{bM+a} - \sqrt{bN+a}}.$$

При $t = 0$ получаваме

$$C = \frac{1}{\sqrt{bM+a}} \ln \frac{\sqrt{bM+a} + \sqrt{bN_0+a}}{\sqrt{bM+a} - \sqrt{bN_0+a}},$$

откъдето решението е

$$t = \frac{1}{\sqrt{bM+a}} \ln \frac{(\sqrt{bM+a} + \sqrt{bN+a})(\sqrt{bM+a} - \sqrt{bN_0+a})}{(\sqrt{bM+a} - \sqrt{bN+a})(\sqrt{bM+a} + \sqrt{bN_0+a})}. \quad (12)$$

От горния израз лесно се установява, че

$$\lim t \rightarrow \infty \Leftrightarrow \lim N \rightarrow M.$$

Пред вид на това, че разглежданията за характера на разпространението са общи за всички квазилинейни модели, описващи се с уравнение (6), можем да оформим изследванията за този модел в Теорема 5.

Теорема 5. За модела, описван чрез диференциалното уравнение:

$$N'(t) = (a + bN(t))^{\frac{1}{2}}(M - N(t)),$$

решението се задава посредством зависимостта на времето от разпространението (12). При неограничено нарастване на времето функцията на разпространение на иновацията се стреми към пълното насищане на потенциалния пазар. Освен това в момент от времето $t = t^*$, в който

$$N(t^*) = \frac{M}{3} - \frac{2a}{3b}$$

се сменя характера на разпространение, като за $t < t^*$ скоростта на разпространение е растяща и графиката – изпъкнала, а за $t > t^*$ - скоростта е намаляваща и графиката – вдлъбната.

Пример 6. Разглеждаме квазилинейния модел със смесено влияние, описан чрез диференциалното уравнение (6) при $\alpha = \frac{3}{2}$. Тогава получаваме обикновеното диференциално уравнение:

$$N'(t) = (a + bN(t))^{\frac{3}{2}}(M - N(t)),$$

което решаваме чрез непосредствено интегриране. Общият интеграл е

$$t + C = \frac{1}{(bM+a)^{\frac{3}{2}}} \ln \frac{\sqrt{bM+a} + \sqrt{bN+a}}{\sqrt{bM+a} - \sqrt{bN+a}} - \frac{2}{(bM+a)\sqrt{bN+a}}$$

При $t = 0$ получаваме

$$C = \frac{1}{(bM+a)^{\frac{3}{2}}} \ln \frac{\sqrt{bM+a} + \sqrt{bN_0+a}}{\sqrt{bM+a} - \sqrt{bN_0+a}} - \frac{2}{(bM+a)\sqrt{bN_0+a}},$$

откъдето решението е

$$t = \frac{1}{(bM + a)^{\frac{3}{2}}} \ln \frac{(\sqrt{bM + a} + \sqrt{bN + a})(\sqrt{bM + a} - \sqrt{bN_0 + a})}{(\sqrt{bM + a} - \sqrt{bN + a})(\sqrt{bM + a} + \sqrt{bN_0 + a})} + \frac{2}{(bM + a)} \left(\frac{1}{\sqrt{bN_0 + a}} - \frac{1}{\sqrt{bN + a}} \right). \quad (13)$$

От горния израз установяваме, че

$$\lim t \rightarrow \infty \Leftrightarrow \lim N \rightarrow M.$$

Пред вид на това, че разглежданията за характера на разпространението са общи за всички квазилинейни модели, описващи се с уравнение (6), можем да оформим изследванията за този модел в Теорема 6.

Теорема 6. За модела, описван чрез диференциалното уравнение:

$$N'(t) = (a + bN(t))^{\frac{3}{2}}(M - N(t)),$$

решението се задава посредством зависимостта на времето от разпространението (13). При неограничено нарастване на времето функцията на разпространение на иновацията се стреми към пълното насищане на потенциалния пазар. Освен това в момент от времето $t = t^*$, в който

$$N(t^*) = \frac{3M}{5} - \frac{2a}{5b}$$

се сменя характера на разпространение, като за $t < t^*$ скоростта на разпространение е растяща и графиката – изпъкнала, а за $t > t^*$ – скоростта е намаляваща и графиката – вдлъбната.

Пример 7. Разглеждаме квазилинейния модел със смесено влияние, описан чрез диференциалното уравнение (6) при $\alpha = 2$. Тогава получаваме обикновеното диференциално уравнение:

$$N'(t) = (a + bN(t))^2(M - N(t)),$$

което решаваме чрез непосредствено интегриране. Общият интеграл е

$$t + C = \frac{1}{(bM + a)^2} \ln \frac{bN + a}{M - N} - \frac{1}{(bM + a)(bN + a)}.$$

При $t = 0$ получаваме

$$C = \frac{1}{(bM + a)^2} \ln \frac{bN_0 + a}{M - N_0} - \frac{2}{(bM + a)(bN_0 + a)},$$

откъдето решението е

$$t = \frac{1}{(bM + a)^2} \ln \frac{(bN + a)(M - N_0)}{(M - N)(bN_0 + a)} + \frac{b(N - N_0)}{(bM + a)(bN + a)(bN_0 + a)} \quad (14)$$

От горния израз установяваме, че

$$\lim t \rightarrow \infty \Leftrightarrow \lim N \rightarrow M.$$

Пред вид на това, че разглежданията за характера на разпространението са общи за всички квазилинейни модели, описващи се с уравнение (6), можем да оформим изследванията за този модел в Теорема 7.

Теорема 7. За модела, описван чрез диференциалното уравнение:

$$N'(t) = (a + bN(t))^2 (M - N(t)),$$

решението се задава посредством зависимостта на времето t от разпространението N (14). При неограничено нарастване на времето функцията на разпространение на иновацията се стреми към пълното насищане на потенциалния пазар. Освен това в момент от времето $t = t^*$, в който

$$N(t^*) = \frac{2M}{3} - \frac{a}{3b}$$

се сменя характера на разпространение, като за $t < t^*$ скоростта на разпространение е растяща и графиката – изпъкнала, а за $t > t^*$ - скоростта е намаляваща и графиката – вдлъбната.

Литература:

- [1]. В. И. Соловьев, Экономико-математическое моделирование рынка программного обеспечения, Вега-Инфо, Москва, 2009.
- [2]. Kalish S., Sen S. K., Diffuzion models and the marketing mix for single products, Innovation Diffuzion Models of New Product Acceptance, Eds.: V. Mahajan, Y. Wind – Cambridge, USA: Ballinger Publishing Company, 1986, с. 86-115.
- [3]. Mahajan V., Schoeman M. E. F., Generalized mode for time pattern of diffusion process, IEEE Transactions on Engineering Management, 1977, V. 24, с. 12-18.
- [4]. Lazarsfeld P. F., Barelson B., Gaudet H., The People's Chpise, NY USA: Columbia University Press 1948.
- [5]. Bass F. M., A new product growth for model consumer durables, Management Science, 1969, V. 15, с. 215-227.

Благодарности:

Разработката е финансирана по проект СП17-ФМИ-005 към Фонд „Научни изследвания“ при Пловдивския университет „П. Хилендарски“.

Веселина Тавкова, бул. „България“ №236, Телефон за връзка: 0895611400, Ел.
адрес: vesenceto_9@abv.bg

BASIC DISSEMINATION MODELS OF INNOVATION WITH NONLINEAR DEPENDENCE ON THE ACTUAL MARKET

Veselina Tavkova, Ch. ac. Dr. Asen Hristov
Plovdiv University "P. Hilendarski "

Abstract: This report is a mathematical modeling of the distribution of innovative products. Such models are found in the literature under the name diffusion patterns. It is appear that all innovative products have their spreading logic. One of the specifics of the innovative products distribution over the time is the universality of distribution laws - the same spread occurs. The second feature is the exceptional dynamics of this distribution. Every innovative product has its own potential distribution market, depending on the target group it is intended for. It manages to cover much of this potential market, but not at once, it is like a process in the time. A portion of its potential customers purchase the commodity affected by the media ads. The majority of potential buyers do not notice or is skeptical of advertising - these buyers buy the product influenced by the recommendations of their acquaintances who already own it. These two factors are called external and internal. Models with mixed influence are called models of innovation diffusion, where the both factors are presented. The report presents the basic model of innovations spread - all considered models are its private cases or summaries, the fundamental model and its three variants - the models with external, internal and mixed influence, as well as the variation interpretation of the model with mixed influence. Models, which allow internal influence where the dependence of growth on the actual market is not linear - in a function rising faster than linear, the real market amplifies the growth, or otherwise - weakens it. However, these models keep the characteristics of the classic models. Over time, the spread of innovative products has a different character - time intervals of accelerated or delayed growth. Going through the moment of switching to this distribution is an indicator of reaching a certain degree of market satisfaction (different for different models). In all the models we consider, we do research in the directions - getting an obvious appearance of the distribution function, asymptomatic and the nature of the distribution. The theorems summarize the results obtained for each of the models in this article.

Key words: *innovation, diffusion, base model, model with internal influence, model with mixed influence, scale invariance, quasi-linear models.*

Veselina Tavkova, Bulgaria Blvd. №236, Phone: 0895611400, email:
vesenceto_9@abv.bg

БЕЙСОВ АНАЛИЗ В ДЕНТАЛНАТА МЕДИЦИНА

Мария Добрева, Веска Нончева

Факултет по Математика и Информатика,

ПУ „Паисий Хилендарски“, Цар Асен 24, 4000, Пловдив, България

Резюме: Настоящата обзорна статия представя създадени бейсови модели за клинични показатели в денталната медицина с помощта на които се направи оценка на резултатите от два метода на хирургично лечение на гингивални рецесии: с помощта на автогенна субепителна съединително-тъканна присадка (СТП) и с мембрана от богат на тромбоцити фибрин (platelet-rich fibrin membrane - PRFm).

Ключови думи: Бейсов подход, гингивална рецесия, клинични показатели, йерархичен модел.

Въведение: Проблемите свързани с денталното здраве на хората са неделима част от живота им. Заболяванията на устната кухина са свързани с променящия се начин на живот, който включва голямо разнообразие от диети, употреба на тютюн, консумация на алкохол, както и устната хигиена на всеки индивид. Хората приемат оголването на зъбите като сериозен естетичен проблем, който понякога е болезнен, и това ги кара да търсят разрешаването му (Zucchelli, De Sanctis, 2000).

Гингивалната рецесия представлява невъзпалително състояние, при което се получава отдръпване на венеца и оголване на зъбния корен. Най-често засяга зъбите във фронталната област (резци и кучешки). Гингивалните рецесии могат да бъдат единични и множествени, да засягат едната или двете челюсти (горна и/или долна). (Kassab, Cohen, 2003).

Гингивалната рецесия е дентално заболяване с висока честота в популацията. С причините за възникването ѝ се асоциират множество фактори - анатомични, механични, възпаление и други. Към анатомичните спадат липса на кост в областта на зъбите, неправилно разположени зъби в зъбната дъга (ортодонтски аномалии) и др. Към механичните - грубо неправилно миене на зъбите, често миене на зъбите (повече от два пъти на ден), използване на абразивни (избелващи пасты), неправилно направени зъбни протези, ортодонтски апарати и др. Причини за рецесиите са и някои възпалителни

заболявания като пародонтит. Някои химични вещества, кокаин и тютюн също могат да са причина за рецесии. Има единични данни и за расови различия.

Най-широко разпространената класификация за гингивалната рецесия е класификацията на Miller. (Miller, 1985).

Клиничното изследване беше проведено в катедрата по Орална хирургия към Факултета по Дентална медицина на Медицинския Университет – Пловдив от д-р Иван Ченчев и неговия екип. В него бяха включени 30 лица на възраст между 18 и 70 години (23 жени и 7 мъже). Участниците имаха симетрични рецесии на различни места на двете челюсти Class I и II по Miller. На пациентите беше проведено хирургично лечение за пластично покриване на оголените коренови повърхности, по два различни метода и резултатите бяха проследени до шестия месец след оперативно. От едната страна на челюстта беше направено пластично покриване на рецесиите с коронарно преместено ламбо в комбинация с мембрана от богат на тромбоцити фибрин (КПЛ+PRFm). Този метод условно нарекохме – новия метод (и групата лекувани пациенти тестова). От другата страна на челюстта пациентите бяха оперирани с коронарно преместено ламбо в комбинация със свободна субепителна съединително-тъканна присадка (КПЛ+СТП), този методът се нар. златен стандарт, а групата лекувани пациенти - контролна. Хирургичното лечение беше извършено на 118 зъба с гингивални рецесии. Лечебният метод и избора на мястото за пластично покриване на рецесиите беше избрано произволно в деня на операцията.

Беше направено измерване на следните клинични показатели.

- Дължина на гингивалната рецесия (GR) е дължината на оголване на зъба. Измерва се разстоянието от емаело-циментната връзка до маргиналният ръб на гингивата в центъра на най-големия конкавитет. (Wennstrom, 1996; Sato, 2000). Измерването се правено с помощта на пригоден за целта цифров микрометър.
- Широчина на кератинизираната (прекрепената) гингива (KGW). Гингива се нарича лигавицата, която не се движи при движение на устната и други тъкани. Стойностите на кератинизираната гингива (KGW) бяха отчетени с помощта на пригоден за целта цифров микрометър преди операцията, на първия, третия и шестия месец след операцията.
- Измерване стойността на пълзящия епител (creeping attachment)(CA).
 $CA = GR1 - GR6$, където
GR1 е дължина на рецесията следоперативно на 1 -я месец,
GR6 е дължина на рецесията следоперативно на 6 -я месец.

Спечелването на дебелината на гингивата е клинично много важно. Известно е, че по-дебелата гингива е по-устойчива на травми и предпазва от последващо образуване на рецесии.

Цел: Целта на настоящата работа е да представи подхода на авторите за оценка на резултатите от хирургичното лечение на гингивални рецесии.

Методи

При бейсовия подход параметрите на модела са случайни величини (Gelman, Carlin, Stern, & Rubin, 2013; Kruschke, 2011). Т.е. параметрите имат вероятностни разпределения, които се наричат априорни разпределения. Тези разпределения от своя страна също имат параметри, които също са случайни величини със свое вероятностно разпределение и т.н. По този начин възниква йерархията на параметрите - възникват йерархичните модели.

Целта на нашата задача, както казахме по-рано, е да се сравняват резултатите от два метода на лечение: златния стандарт и новия метод. В процеса на проучването ни бяха идентифицирани 58 сдвоени данни. Сред данните имаше рязко отклоняващи се наблюдения. Затова те се описаха с помощта на вероятностни разпределения с тежки опашки.

- *Бейсови оценки*

Възстановяването на гингивалните рецесии беше измерено с помощта на клиничния показател дължина на гингивалната рецесия (GR). Моделът на дължината на гингивалната рецесия е вероятностно разпределение, което описва данните с пет параметъра: средна стойност (μ) и стандартно отклонение (σ) за всяка от двете групи (пациенти, лекувани по златния стандарт и пациенти, лекувани по новия метод) и параметър за нормалност (v), еднакъв за двете групи. Вероятностното разпределение на дължината на гингивалната рецесия може да се разглежда и като средство за измерване на степента на сигурност на стойностите на клиничния показател GR. Полученото разпределение е съвместно вероятностно разпределение на петте параметъра, като по този начин се разкриват комбинации от петте стойности на параметрите, които са достоверни, като вземем в предвид данните.

Относителното тегло на опашките на t разпределението се управлява от параметър обозначен с v , който може да приема стойност от 1 до безкрайност. Когато $v = 1$, t - разпределението има много тежки опашки и е удобен описателен модел на данните с големи отклонения в стойностите. Когато v се доближи до ∞ , t -разпределението става много близко до нормалното.

Разликата ($\mu_1 - \mu_2$) описва степента на различие на централните тенденции на групите, а разликата от стандартните отклонения ($\sigma_1 - \sigma_2$) описва степента на разликата в разпръснатостта на данните в двете групи. Основни цели са да се оценят тези величини и да се оцени нашата сигурност, убеденост, в получените оценки. Данните са измерени в интервалната скала за двете групи, съдържат рязко отклоняващи се наблюдения и затова са моделирани с вероятностно разпределение, което може да има тежки опашки.

В бейсовият анализ се работи с интервали с най-висока плътност, наречени HDI интервали (highest density intervals). В HDI интервала попадат по-голямата част от най-надеждните стойности. По дефиниция, всяка стойност вътре в този интервал има по-висока плътност на вероятностно разпределение, отколкото която и да е стойност извън интервала, и общата маса на точките вътре в 95% HDI интервал е 95% от разпределението.

В нашия случай използвахме Монте Карло симулации с марковски вериги (MCMC – Markov Chain Monte Carlo). Те са силно интензивни от изчислителна гледна точка, но са особено ефективни за целите на бейсовия анализ. Основната идея на този метод е да се генерира достатъчно голяма извадка от апостериорната плътност като реализация от подходящо построена марковска верига. След това анализът на свойствата на апостериорното разпределение се прави на основата на така генерираната извадка. Колкото по-голяма е генерираната извадка, толкова по-добре тя представя основното апостериорно разпределение. Получените резултати от нашето изследване и съответният им анализ са публикувани в (Dobрева, Noncheva, Chenchev, 2015).

- *Бейсов дисперсионен анализ*

Оценки на клиничните показатели на лечението на изолирани и съседни множествени гингивални рецесии въз основа на двата метода на лечение са представени в (1-5).

Кореновото покритие е желаният резултат от лечението. Покриването на корена може да бъде резултат от механизъм, известен като пълзящ епител (creeping attachment CA). Това явление, увеличаващо ширината на прикрепената гингива, се открива след операцията гингивално присаждане. За да изясним механизма на пълзящия епител, ние се опитахме да идентифицираме някои фактори, които могат да играят важна роля в тази интересна клинична находка, както и да дадем отговори на следните отворени въпроси:

Нашата цел беше да се опитахме да предскажем стойностите на СА за 2 фактора:

- Метода на лечение (вид на присадката) и челюстта (долна или горна),

- Метода на лечение и пола.

Основните резултати от бейсовия анализ на данните са показани като апостериорни предсказващи разпределения. Те от своя страна разкриват съвместни вероятности за комбинации от стойностите на параметрите.

Бейсовите модели са подходящи за тази структура от данни, без да се налага да се правят предположения за хомогенност на групите. Клиничният показател СА е представен като функция на два номинални предиктора. Основните резултати и изводи са публикувани в (Noncheva, Dobрева, Chenchев, Sep.-Oct., 2016; Dobрева, Noncheva, Chenchев, 2016).

- *Бейсов анализ на повторени във времето наблюдения.*

Друг клиничен показател за успеха на хирургичното лечение на гингивалната рецесия е ширината на кератинизираната гингива (width of keratinized gingiva- KGW). Този параметър се проследява преди операцията, на първия, третия и шестия месец след операцията. Всеки пациент има данни от лечението, които могат да бъдат описани с помощта на индивидуален тренд. Поради това ние изградихме йерархичен модел на скоростта на нарастване на KGW (Noncheva, Dobрева, Chenchев, 2017).

Заклучение

Представен е подход в денталната медицина за сравняване на клинични показатели на двата метода за лечение на гингивалните рецесии - златния стандарт и новия метод. С помощта на бейсов модел на клиничния показател дължина на гингивалната рецесия (GR) е представена сравнителна клинична оценка на резултатите след хирургично лечение на гингивални рецесии по двата метода на лечение. Изводът който правим е, че **методът известен като златен стандарт е по-предсказуем от новия метод.**

Двата сравнявани метода показаха добри резултати по отношение на клиничния показател пълзящ епител (СА), като стойността на СА е по-висока **за долната челюст** в контролната група и **за жените** в контролната група.

Това проучване представи бейсов подход за изследване на скоростта на нарастване на клиничния показател ширина на кератинизираната гингива (KGW) по време на лечението.

Литература:

1. **Anilkumar, K., Geetha, A., Umasudhakar, et al.** Platelet-rich fibrin: A novel root coverage approach. *Journal of Indian Society of Periodontology*, 2009, p.p 50-54.
2. **Aroca, S., Keglevich, T., Barbieri, B., Gera, I., Etienne, D.** Clinical Evaluation of a Modified Coronally Advanced Flap Alone or in Combination With A Platelet-Rich Fibrin Membrane for the Treatment of Adjacent Multiple Gingival Recessions: A 6-Month Study. *J Periodontol*, Feb, 2009, p.p. 244-52.
3. **Chenchev, Iv., Atanasov, D., Vicheva, D.** The treatment of gingival recessions - Our experience. *Romanian Journal of Rhinology*, Vol. 6, No. 22, April-June, 2016, pp 85-91.
4. **Chenchev, Iv., Atanasov, D., Vicheva, D., Noncheva, V.** Comparative Evaluation of the Subjective Results from the Treatment of Gingival Recessions with Connective Tissue Graft and Platelet Rich Fibrin Membrane. *IOSR Journal of Dental and Medical Sciences*, Vol. 15, Issue 5, May, 2016, p.p. 73-78.
5. **Del Cors, M., Sammartino, G., Dohan Ehrenfest, D.M.** Re: Clinical evaluation of a modified coronally advanced flap alone or in combination with a platelet-rich fibrin membrane for the treatment of adjacent multiple gingival recessions: a 6-month study. *J Periodontol*, 2009, p.p. 1694-7.
6. **Dobreva, M., Noncheva, V., Chenchev, Iv.** Bayesian approach for the comparison of two methods of treatment. *Proceedings of International Scientific Jubilee Conference 25 years Faculty of Mathematics and Informatics, University of Veliko Turnovo "St. Cyril and Methodius"*, Bulgaria, November, 2015, pp 107-112.
7. **Dobreva Maria, Noncheva Veska, Chenchev Ivan.** Clinical Evaluation of Treatment of Gingival Recessions supported by Bayesian Statistics. *Математически Билтен*, 2016, e-ISSN: 1857-9914, p-ISSN: 0351-336X, Vol. 40.
8. **Kassab, M.M., Cohen, R.E.** The etiology and prevalence of gingival recession. *J Am Dent Assoc* 2003, p.p. 220–225.
9. **Kruschke, J. K.** Bayesian estimation supersedes the t test. *Journal of Experimental Psychology: General*, 2013, p.p. 573–603.
10. **Miller, P.D. Jr.** A classification of marginal tissue recession. *Int J Periodontics Restorative Dent*, 1985, p.p. 8-13.
11. **Noncheva, V., Dobreva, M., Chenchev, Iv.** Is Treatment of Gingival Recession Predictable? *IOSR Journal of Mathematics (IOSR-JM)*, Sep.-Oct., 2016, e-ISSN: 2278-5728, p-ISSN: 231-765X. Volume12, Issue 5, pp. 07-11.

12. **Noncheva, V., Dobрева, M., Chenchev, Iv.** Bayesian Hierarchical Model of Width of Keratinized Gingiva. *IOSR Journal of Mathematics (IOSR-JM)*, 2017, e-ISSN: 2278-5728, p-ISSN: 2319-765X, pp. 14-18, doi: [http://dx.doi.org/ 10.9790/5728-1301041418](http://dx.doi.org/10.9790/5728-1301041418).
13. **Wennstrom, J.L.** Mucogingival therapy. *Ann Periodontol*, 1996; p.p.671-701.
14. **Zucchelli, G., De Sanctis, M.** Treatment of multiple recession-type defects in patients with esthetic demands. *J Periodontol* 2000; 71:1506–1514.
15. **Gelman, A., Carlin, J. B., Stern, H. S., & Rubin, D. B.,** Bayesian data analysis, Third Edition, Boca Raton, Chapman and Hall–CRC, 2013.
16. **Kruschke, J. K.** Doing Bayesian data analysis: A tutorial with R and BUGS, Second Edition, Burlington, MA: Academic Press/Elsevier, 2011.
17. **Sato, N.,** Periodontal surgery. A Clinical atlas, Quintessence Publ.Co.Inc, Chicago, 2000.

Благодарности: Изследването е частично финансирано от проекти МУ17ФМИ007 и ФП17-ФМИ-008, ПУ „Паисий Хилендарски“.

За контакти: Мария Добрева, докторант, Факултет по Математика и Информатика, ПУ „Паисий Хилендарски“, Цар Асен 24, 4000, Пловдив, България, e-mail: mimi.d.d@abv.bg.

BAYESIAN ANALYSIS IN DENTAL MEDICINE

Maria Dobрева, Veska Noncheva

**Faculty of Mathematics and Informatics, University of Plovdiv “Paisii Hilendarski”, 24
Tzar Asen, 4000, Plovdiv, Bulgaria**

Summary: This review article presents Bayesian models for clinical dental metrics evaluating the results of two methods for surgical treatment of gingival recessions: one using autologous subepithelial connective tissue graft and the other using platelet-rich fibrin membrane.

Keywords: *Bayesian approach, gingival recession, clinical indicators, hierarchical model.*

Maria Dobрева, PhD student, Faculty of Mathematics and Informatics, University of Plovdiv “Paisii Hilendarski”, 24 Tzar Asen, 4000, Plovdiv, Bulgaria, e-mail: mimi.d.d@abv.bg.

СТРУКТУРНО МОДЕЛИРАНЕ НА ОРГАНИЗАЦИОННАТА УЧИЛИЩНА КУЛТУРА

Ивайло Старибратов¹, Лилия Бабакова²

¹Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“, Филиал-Смолян

²Академия за музикално, танцово и изобразително изкуство

Резюме: Съвременното образование, отговаряйки на изискванията на времето, трябва да носи интегративен, културен и социално-иновационен характер. Начините за изграждане на дадена училищна култура в голяма степен зависи от интензификацията на процесите на промяна в училище, идентифицирането на училищните служители с него, стилът на ръководене и постиженията. В настоящата статия се разглеждат както теоретичните проблеми на структурното моделиране с уравнения като метод за измерване на актуални проблеми в сферата на образованието, така и се представя и анализира моделирането на различни организационни училищни култури като фактори за успешни образователни процеси и условия. На тази база са представени резултати от проведен експеримент в системата на средното образование в България.

Ключови думи: моделиране на организационна училищна култура, конфирматорен факторен анализ, иновативност, човешки ресурс, ефективност, структурираност

Въведение

Развитието на технологиите даде и друга насока за развитие на образователните институции. Глобалната комуникация налага друг поглед на науките за човека в процеса на развитие и обучение, съществено се разширява спектърът на педагогическото въздействие в управлението на образованието и преподаването на дисциплини по различен начин и от различен ъгъл. Резултатите от внедрените иновации се проследяват и проверяват експериментално чрез тестване, анкетиране и други методи. Сферата на образованието е една от най-чувствителните откъм грешки при внедряване на иновации, защото ако тези иновации не са правилни, цели поколения

ще бъдат оцелени откъм знания и умения, които не са придобили. В изследванията се налага използването все повече на методи на математическата статистика за получаване на по-обективна картина на внедрените мероприятия и елементи: статистически критерии на различията между групите, дисперсионен анализ и др. Най-често статистическият анализ от получените експериментални данни се свежда до сравняване на честотни разпределения или средни величини между групите и изследователят губи възможност за изучаване, контрол и управление на процесите, чието влияние може да бъде както явно, така и опосредствено (психологически, възрастови и други фактори). Оттук протича и необходимостта от комплексен и системен подход за изучаване на механизмите на управлението на образователния процес, в това число и с помощта на математическите методи за анализ на данни. В статистиката съществуват различни методи, които могат да удовлетворят целите на изследователя да получи системен и пълен отговор на своите предположения. Такива са корелационният метод, регресионният, факторният, дисперсионният анализ.

Корелационният анализ на множество от променливи се състои в изчисляване на корелационна матрица от типа $p \times p$ (p -броят на променливите). Недостатъците на този метод са големият брой статистически проверки корекция на нивото на значимост и е трудно да се интерпретира как на дадена корелация от две зависими променливи влияят останалите променливи.

Друг метод - множествената регресия в значителна степен решава задачата на изследването на влиянието на дадена независима променлива върху зависимата. Недостатъкът на този метод е, че в модела може да се включи само една зависима променлива и е ^{практически} невъзможно да се вземат в предвид опосредствените връзки (медиатори и модулатори).

Факторният анализ (експлоаторен или традиционен) дава възможност да се обясни взаимовръзката между променливите с влиянието на факторите. Основният резултат от факторния анализ са факторните тегла на променливите, т.е техните корелации с факторите. Но от факторния анализ не може да се определи дали е достатъчно голямо факторното тегло на дадена променлива, за да бъде тя причислена към даден фактор. Освен това често не може точно да се прецени дали даден набор от променливи с такива факторни тегла е достатъчен, за да се говори за наличие на фактор. Трудно е и да се вземе решение как да бъде променена факторната структура, ако се вземе в предвид корелацията между факторите.

Училището представлява система с множество взаимосвързани структури и процеси. Усвояването на многообразието от процеси, представени в системата, налагат типологизация. Това, на свой ред, поражда необходимостта от метод, който да може да поеме функциите на по-гореизложените три метода, и същевременно да сведе до минимум техните недостатъци. Такъв метод е моделирането със структурни уравнения.

Според P. F. Tremblay и R. C. Gardner от периода 1973 до 1994 се характеризира със значителен ръст на публикациите, в които се използва структурно моделиране и плавно занижаване на броя на работите с прилагане на факторен и регресионен анализ. От 1994 до 2001 S. L. Hershberger отбелязва значителен ръст на популярността на структурното моделиране като изследователски метод (Остапенко, 2012). Прилагането на методите на структурното моделиране в България все още не е получило толкова широко разпространение, както в западната научна литература. Структурното моделиране и мета-анализът рядко се използват, независимо, че те предлагат широк кръг от решения, особено характерни за естествените и хуманитарни науки.

Структурното моделиране с уравнения е дедуктивен метод за проверка на априорни и каузални хипотези на емпирични данни. Хипотезите се формулират като причинно-следствени или корелационни връзки между променливите, които са явни (такива, които се измерват) и латентни (хипотетични конструкти). Променливите и връзките между тях се трансформират в система от линейни регресионни уравнения (допустима и обратна трансформация). Моделът се признава за завършен и работещ, ако се потвърдят изходните хипотези, т.е. съответства на изходните данни, а параметрите на модела са статистически достоверни (Наследов, 2011).

Структурното моделиране с уравнения (СМУ) представлява своеобразно разширение на множествената регресия, но вместо едно линейно уравнение се решава цяла система от уравнения, т.е. СМУ е система от взаимосвързани процедури. Другите наименования на този метод – анализ на ковариационните структури, моделиране на ковариационни структури, акцентират на това, че вместо корелационна матрица както в множествената регресия, изходната информация е ковариационна матрица, всеки елемент от която е ковариация на две променливи.

Този метод като инструмент за проверка, модификация и сравнение статистически хипотези открива нови възможности за продуктивен анализ на данни и резултати в сферата на средното образование. Използването му позволява на

специалисти и ръководители в училище да се концентрират на най-важните страни в своята мениджърска работа, а именно съдържателната и качествена интерпретация на получените резултати, свързани с учебните процеси. Така напр., в управленската дейност на ръководителите на училищата все по-голямо значение се отдава на създаването и поддържането на положителна училищна култура. Моделирането на училищната организационна култура е тясно свързано с прогнозирането на учебни дейности и резултати, свързани както с учителите, така и с учениците, с предвиждането на бъдещото състояние и функциониране на училището или процесите, които действат в него.

Моделирането на училищната организационна култура в голяма степен съвпада с прогнозирането на училищната култура. В някаква степен дори е състоятелно твърдението, че прогнозирането е част от моделирането. Първо, за построяването и изграждането на даден модел е необходима прогноза. Второ, моделирането на училищната организационна култура може да се разглежда и като ретроспективен обрат (връщане) на прогнозния модел в съвременното ѝ състояние.

Целта на настоящето изследване е да бъде представено структурно моделиране с уравнения на изследване върху организационната училищна култура.

Задача: Въз основа на направен факторен анализ да се изготви модел на организационната училищна култура и да бъдат анализирани връзките между латентните конструктори.

Методи: авторска методика, включваща 48 твърдения, чиято семантика е насочена към организационната култура в училище; моделиране със структурни уравнения.

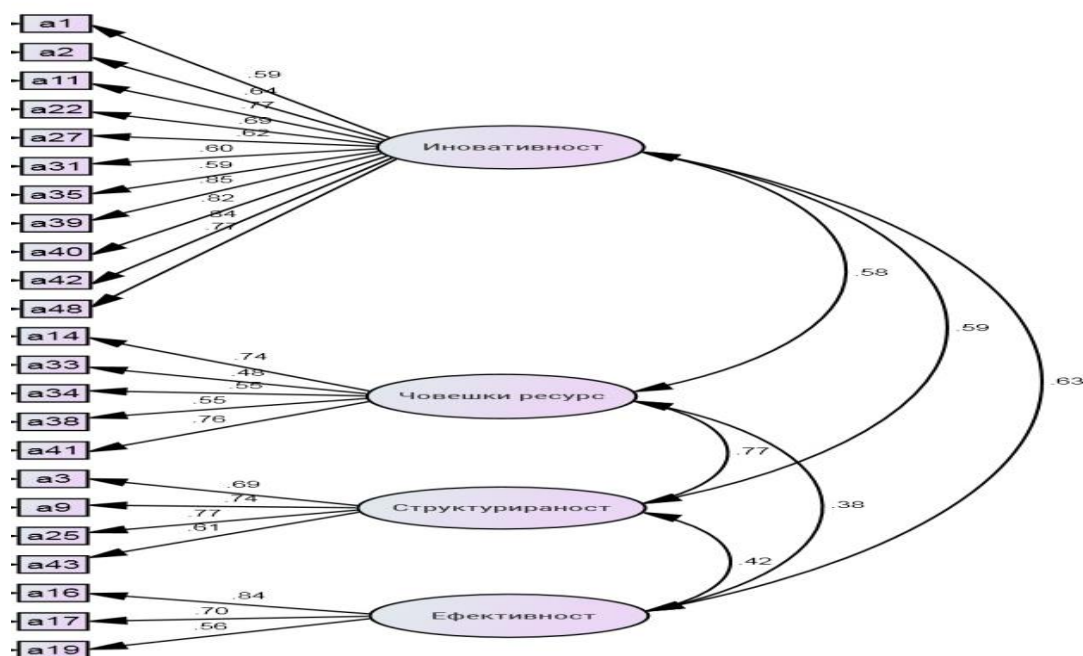
Хипотеза: Допуска се, че изходните данни от факторния анализ ще бъдат потвърдени от моделирането на организационната училищна култура и компонентите, съставляващи организационната култура, ще корелират по между си в значителна степен.

Респонденти: 135 учители от 4 училища в страната.

Първите две стъпки, които бяха предприети, бе да се формира и идентифицира модел на организационната училищна култура. За целта беше избран за вариант на модел на моделирането със структурни уравнения конфирматорен факторен анализ.

Конфирматорното факторно моделиране (КФМ) бе избрано заради това, че взаимовръзката между всичките 23 явни променливи е обусловена от обща причина за тяхната съвместна променливост: фактора като латентна променлива. Всяка от тези явни променливи е измерена и представена в изходните данни и се разглежда като индикатор на някакъв хипотетичен латентен конструкт, който не се поддава непосредствено на измерване. Измерваният модел позволява да се провери предположението за това, че даден набор от индикатори е достатъчен за измерване на латентния конструкт и да се определи каква е ролята на всеки индикатор в неговата оценка. На фиг.1 е представено моделирането със структурни уравнения, което бе построено въз основа на резултати, получени от факторен анализ (анализ на главните компоненти). Класическият факторен анализ показва, че се обособяват четири основни дименсии. Първият фактор показва дисперсия на айтемното разпределение от 30%, за първото семантично ядро, 8,22% за второто, 4,9% за третото семантично ядро и 4,2% за четвъртото. Факторните тегла на айтемите се оказаха високи, те варират в диапазона 0,532 – 0,797. Тези резултати се оказаха надеждни за моделиране със структурни уравнения.

Фиг. 1 КФМ на училищна организационна култура.



CMIN = 296,674; df = 224; GFI = 0,835; RMSEA = 0,050; Pclose = 0,474.

Променливи. Полученият модел се състои от четири части, всяка от които съответства на един от факторите. Факторите на независими и латентни променливи, които се съотнасят с набора явни променливи на неговите индикатори, които се явяват независими променливи. В модела КФМ фактори са екзогенни променливи (в нашия случай това са променливите, условно названи като ефективност, иновативност, човешки ресурси и структурираност), а техните индикатори са ендегенни променливи, към които е насочена една стрелка. Това са отделните 23 айтеми във теста, които се обединяват около дадена екзогенна променлива.

Идентификация на модела. Проблемът за идентифицирането на модела се отнася до съотношението между това какво трябва да бъде оценено (свободните параметри) и информацията, която може да бъде използвана за това (корелации, дисперсии, ковариации на изходните променливи

Оценка, проверка на съгласуваността на модела и корекция. Оценката на модела се осъществява с помощта на метода на максималното правдоподобие (Maximum likelihood) и в повечето случаи на СМУ не е необходимо да се променя.

Проверка на съгласуваността на модела. Това е изчисляването на различни критерии или индекси на съгласие на модела с изходните данни. Повечето статистически методи изискват само един статистически показател за определяне на значимостта на анализите. Въпреки това, в КФА се използват няколко статистически индикатора, за да се определи колко добре съответства моделът на данните. Тук трябва да се вземе в предвид, че доброто съвпадение между модела и данните не означава още, че моделът е "правилен", а по-скоро, че е правдоподобен (Schermelleh-Engel, 2003). При отчитане на резултатите от анализа на потвърждаващите фактори се препоръчва да се вземе в предвид: а) предложените модели, б) направените изменения, в) мерките за идентифициране на всяка латентна променлива, г) корелациите между латентните променливи, (Jackson, 2009). Въпреки, че съществуват няколко различни становища, Kline (2011) препоръчва отчитането на следните критерии, които при пълно съответствие дават основание на изследователя да приеме модела за коректе, а именно: индикаторът хи-квадрат (chi-squared), квадратният корен на средноквадратичната грешка на апроксимацията (RMSEA) и сравнителният индекс на съгласие (CFI). Нека разгледаме по-долу подробно всеки един от тях.

Като основни критерии в СМУ влизат:

- Критерият χ^2 , който проверява нулевата хипотеза и показва разликата между наблюдаваните и очакваните ковариантни матрици. Стойностите, които са по-близки до нула, показват добър баланс и съгласуваност в модела; т.е. това означава по-малка разлика между очакваните и наблюдаваните ковариантни матрици (Gatignon, 2010). Една от трудностите с хи-квадрат при моделирането със структурни уравнения, обаче е, че изследователите може да не успеят да отхвърлят неподходящ модел при малки извадки и да отхвърлят подходящ модел при голяма извадка (Gatignon, 2010). Приема се, че при $p \geq 0,05$, е налице добра съгласуваност. В нашия случай $p = 0,01$, което говори, че моделът трябва още да се оптимизира.

- Критерият Root mean square error of approximation (RMSEA) – квадратен корен на средноквадратичната грешка на апроксимацията. RMSEA варира от 0 до 1, като по-малките стойности показват по-добро приспособяване на модела. $RMSEA \leq 0.06$ е показателна за приемливо приспособяване на модела (Brown, 2015). В нашия случай този критерий е 0,050, т.е. имаме добра съгласуваност по този критерий.

- GFI (Goodness-of-Fit Index) - критерий за съответствие между хипотезирания модел и наблюдаваната ковариантна матрица. AGFI (Adjusted Goodness-of-Fit Index) – подобрен критерий на съгласуваност, който коригира GFI, което се влияе от броя на индикаторите за всяка латентна променлива. И двата критерия не трябва да са по-малко от 0,90. (Бутне, 2010). Обикновено $AGFI < GFI$. В нашия случай коефициентите на тези критерии са съответно 0,835 и 0,797, което подсказва, че моделът още може да се оптимизира

- CFI – сравнителен индекс за съгласие. Сравнителният индекс за съгласие (CFI) анализира пригодността на модела чрез изследване на несъответствието между данните и хипотетичния модел. Стойностите на CFI варират от 0 до 1, като по-големите стойности показват по-добро съответствие. Счита се, че стойността на CFI трябва да е над .90, което е индикатор за приемливо приспособяване на модела. В нашия случай коефициентът на CFI е 0,944, което е показател за добра съгласуваност

Традиционен се счита критерият χ^2 , а като най-работещ се приема RMSEA.

Изискванията за обема на извадката за СМУ е по-строг, отколкото при традиционните многомерни методи, което се аргументира със зависимостта от точност

и стабилност на оценките на параметрите от количеството наблюдения. Един по-определен критерий предлага Р. Клайн, който се основава на съотношението брой наблюдения N и броят на оценяваните параметри $T = p.(p + 1)/2 - df$, където p е броят на явните променливи на модела (в нашия случай 23), а df е броят на степените на свобода (в нашия случай 224) (Kline, 2011). За оптимална се приема брой изследвани лица в извадката N , която надвишава 10 пъти броят на оценяваните параметри T , а когато е 5 пъти – броят на изследваните лица е недостатъчен за сигурността в коректността и стабилността на оценките на параметрите. В нашия случай $T = 52$, следователно, за да оправдаем тези критерии, ни е необходимо да имаме поне 260 изследвани лица, но реално те са 135. Следователно, и по този критерий нашата извадка не отговаря на изискванията за провеждане на КФМ от този тип.

Ковариационните връзки между факторите „култура на иновативност и новаторство“, „култура на човешкия ресурс“, „култура на структурираност и формалност във взаимоотношенията“ и „култура на високи постижения и ефективност“ показват от умерени до високи коефициенти (0,77-0,39).

На фиг.1 се вижда, че „културата на иновативност и новаторство“ корелира с останалите организационни култури в училище почти еднакво и в значителна степен ($R^2 = 0,58 \sim 0,63$). Оттук можем да заключим, че иновациите присъстват във всяка област на професионалната дейност и стоят в основата на формиране и на останалите училищни организационни култури в средното образование.

Иновационната култура корелира в значителна степен с културата за високи постижения и ефективност ($R^2 = 0,63$). В съвременното българско училище високо се цени ефективността и постиженията, свързани с учебната дейност, които са свързани с разработване на нови и успешни методики на преподаване, творческо решение на проблемите, внедряване на успешни чуждестранни практики и знания. Новаторството и новите идеи в образователната сфера създават нови благоприятни възможности и именно такива резултати съчетават в себе си базисни индикатори за реантабилност и ефективност.

Културата на иновации и новаторство в гимназията също корелира в значителна степен с културата на човешкия ресурс ($R^2 = 0,59$). Иновационната организационна култура е социална среда, която създава и поддържа условия за развитие на творческия потенциал и добри взаимоотношения между учителите в училище. Такава култура

предполага определяне на поведението на учителите в развитието на училището, мотивиране на сътрудниците и придаване на увереност, че техните предложения по създаване на нови методики или технологии на преподаване ще бъдат не само подкрепяни, но и поощрявани.

Културата на структурираност и формални взаимоотношения, а също и стилът на управление в училищата също има отношение спрямо иновационната култура ($R^2 = 0,59$). Те способстват за проявата на следните поведения: персоналът на училището се ориентира в своите дейности на ценности и твърди убеждения, знае средствата за постигане на целите; наблюдават се добри колегиални отношения във всички нива на управление; мотивацията на училищния персонала зависи от резултатите на труда, самостоятелността в работата, участието във взимането на управленски решения и тяхната ефективност; авторитети се явяват учители и служители с висок професионализъм, ниво на развитие на компетентността и качеството на изпълнение на работата; учителите и останалите служители в училище се чувства като част от системата, знаят своята роля в постигането на целите.

Културата на човешкия ресурс корелира във висока степен с култура на структурираност и формалност във взаимоотношенията ($R^2 = 0,77$). За наличието на добри и колегиални взаимоотношения на микро ниво се предполага, че комуникацията е на подобаващо ниво и на макро ниво. Т.е за развитието на култура на човешки ресурс се очаква, че взаимоотношенията от страна на администрацията спрямо останалия персонал в училище не са просто формални, а имат по-скоро открит и прозрачен характер. Някои научни изследвания показват, че развиването чувство за общност, чрез изграждането на взаимоотношения и осигуряването на висока успеваемост, са основни фактори за играждането на успешна училищна култура. Основната функция и отговорност на ръководството и администрацията в училище е да насърчават нарастването на ученическата успеваемост, да управляват техния личностен потенциал, да развиват и подкрепят учителите, да използват всички възможности да ръководят високата ученическа успеваемост и да построят култура на високи очаквания и у възрастните, и учениците (Teasley, 2017).

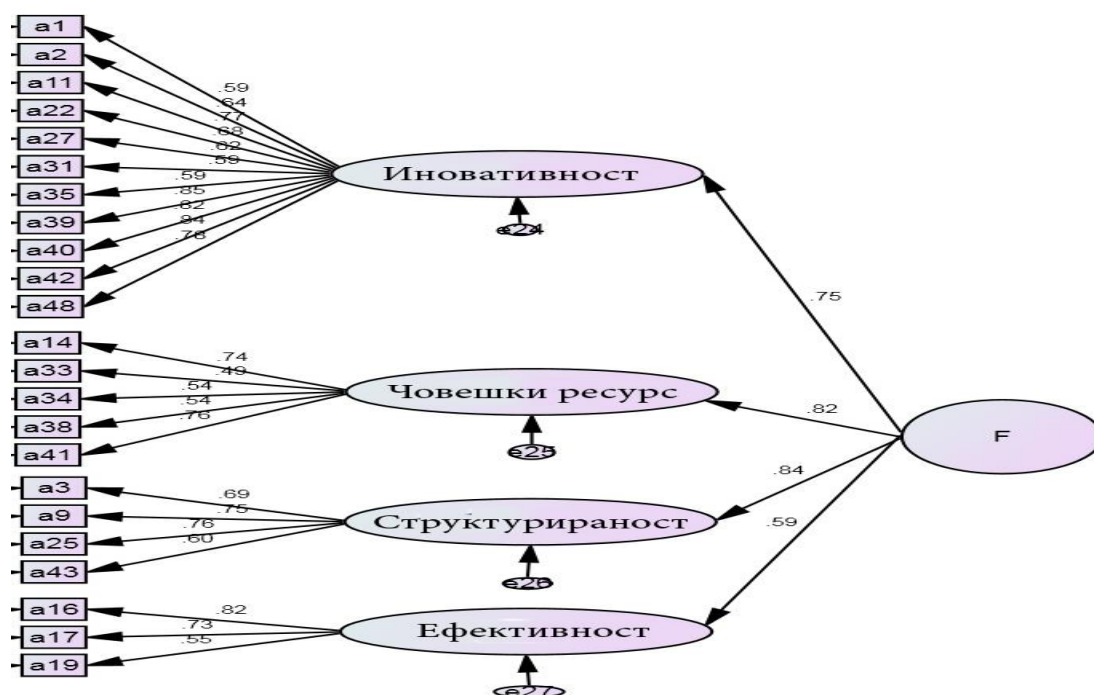
Културата на ефективност и постижения, на свой ред, корелира слабо с културата на човешкия ресурс ($R^2=0,38$). Това означава, че респондентите в изследването виждат слаба зависимост между критериите за култура на учебни

постижения и ефективност и сплотеността на организацията, развитието на човешките ресурси, екипността и нивото на удовлетвореност от условията на труд сред учителите. Може да се предположи, че респондентите са склонни да считат, че участието на учителите във взимането на решения не винаги способства за доверителните взаимоотношения.

Културата на структурираност и формалност във взаимоотношенията корелира умерено с културата на ефективност и високи постижения ($R^2 = 0,42$). Като критерии за култура на ефективност и постижения в училище могат да бъдат обособени реантабилността в учебните цели, своевременността на тяхното изпълнение, плавното функциониране и предсказуемост на учебните резултати. Обаче, според повечето респонденти в изследването, на ефективността и високите постижения не винаги взаимоотношения от страна на ръководството оказват значително влияние.

Дотук получените коефициенти и критерии за съгласуваност не дават пълно основание за потвърждаване на хипотезата ни, че изходните данни от факторния анализ ще бъдат потвърдени от структурното моделиране. Това породило необходимостта да бъде направена корекция на модела, докато не получим решение за съгласуваността на модела. За целта създадохме алтернативен априорен модел с предположението, че съществува друг вторичен фактор (F) на организационната училищна култура. Този фактор може да бъде независима променлива (напр. демографските данни на учителите като пол, възраст, стаж и пр.), а може да бъде и друга зависима променлива, която да оказва влияние на четирите типа организационна култура в училище. На фиг.2 се вижда, че фактор F във висока степен оказва влияние на културата на структурираност и формалност във взаимоотношенията ($\beta = 0,84$), културата на човешкия ресурс ($\beta = 0,82$) и културата за иновации ($\beta = 0,75$) и в по-малка степен на културата за ефективност и постижения ($\beta = 0,59$). За да се установи обаче кой е фактор F, е необходимо да се направят още изследвания, от които да бъдат снети демографските данни на респондентите. Нека да разгледаме на фиг.2 как се променя моделирането на организационната училищна култура, след като добавихме в модела още един фактор, чиято зависимост с останалите фактори е регресионна, а не ковариационна.

фиг.2 Апостериорен КФМ с вторичен фактор на училищна организационна култура.



$CMIN = 186,788$; $df = 210$; $GFI = 0,896$; $RMSEA = 0,0112$; $P_{close} = 0,999$.

Тук моделът има сравнително рекурсивен характер. Основните критерии на съгласуваност на модела са: хи-квадрат – 186,788, $df = 210$, $p = 0,874$; $CMIN/df = 0,889$; $GFI = 0,902$; $CFI = 0,998$; $RMSEA = 0,001$; $CFI = 0,979$. Така виждаме, че броят на оценяваните от нас параметри, съотношението N/T и значенията на критериите на съгласие за модела са идентични и в значителна степен дори подобрени с параметрите от предходния апостериорен модел. Следователно, моделът е значително подобрен и ако при тези значения на критериите за съгласуваност обемът на извадката бе около 320 човека ($N/T > 5$), то моделът можеше да бъде признат за устойчив и правдоподобен.

Извод: Изходните данни от факторния анализ дават индикация за висока и надеждна съгласуваност от апостериорното моделиране с вторичен фактор на организационната училищна култура и компонентите, съставляващи организационната култура, показват високи регресионни стойности с вторичния фактор. Необходимо е обаче да се направят още изследвания с цел установяване на вторичния фактор и потвърждаване на получения модел. Независимо че методът на структурното моделиране с уравнения има много предимства като нагледност; възможност за работа с данни, които не съответстват на нормалното разпределение или пропуснати данни; възможност за модифициране на модела до най-доброто съответствие на данните на теоретично ниво, трябва да се вземат в предвид и някои предупреждения от

използването на този модел: отчитането на причинно-следствените връзки, качеството на събраните данни, необходимост от голяма извадка в изследването; по-нататъшна възможност за съдържателна интерпретация на резултатите от моделирането.

Структурното моделиране, като инструмент за проверка, модификация и сравнение на статистически хипотези се явява уникален метод, който отваря нови възможности за продуктивен анализ на данните в областта на управлението на образованието и диагностицирането на организационната училищна култура. Той позволява разгадаването на задачи, чието решение би било принципно невъзможно в рамките на традиционния многомерен подход. Използването на метода на структурното моделиране позволява да се направи съдържателна и качествена интерпретация на получените резултати, а също и да се направят правилни изводи и се вземат добри управленчески решения в сферата на образованието.

Литература:

Наследов Д., Структурное моделирование каузальных гипотез: исследование педагогических стереотипов оценивания младших школьников //Вестник Санкт-Петербургского университета. Сер.12. Вып. 1. - СПб., 2011. - С.305-313.

Остапенко И., Основы структурного моделирования в психологии и педагогике: учебно-методическое пособие для студентов психолого-педагогического факультета, Воронеж, 2012, 116 с

Byrne M., Structural equation modeling with AMOS, (2nd ed.). New York, 2010

Gatignon H., Statistical Analysis of Management Data, 2nd Edition, 2010, Springer.

Jackson L., Gillaspy A., Purc-Stephenson R. Reporting practices in confirmatory factor analysis: an overview and some recommendations. // In *Psychol. Methods*, 2009, Vol. 14, 6–23

Kline B., Principles and practice of structural equation modeling. 3rd edition. New York, 2011, The Guilford Press.

Schermelleh-Engel K., Moosbrugger H., Evaluating the fit of structural equation models: tests of significance and descriptive goodness-of-fit measures. // In: *Methods of Psychological Research Online*, 2003, 8(2), 23-74.

Teasley L. Organizational Culture and Schools: A Call for Leadership and Collaboration. // In: *Children & Schools*, 2017, Vol. 39 (1), p. 3–6

Кореспондиращи автори:

доц. д-р Ивайло Старибратов

Пловдивски университет „Паисий Хилендарски”, Филиал-Смолян

ул. „Дичо Петров“ 32

4700 Смолян

e-mail: ivostar@abv.bg

д-р Лилия Бабакова

Академия за музикално, танцово и изобразително изкуство

ул. „Тодор Самодумов“ №2

4000 Пловдив

e-mail: babakova.lilya@gmail.com

STRUCTURAL MODELING OF ORGANIZATIONAL PATTERNS OF SCHOOL CULTURE

Ivaylo Staribratov¹, Lilya Babakova²

¹University of Plovdiv Paisii Hilendarski, Branch - Smolyan

²Academy of Music, Dance and Fine Arts

Summary: Contemporary education, meeting the requirements of time, must have an integrative, cultural and socio-innovative character. The patterns of a school culture are largely dependent on the intensification of school change processes, the identification of school staff with it, the style of leadership and achievements. This paper examines both the theoretical problems of structural modeling with equations as a method of measuring actual problems in the field of education and presents and analyzes the modeling of different organizational school cultures as factors for successful educational processes and conditions. On this basis, results of an experiment in the system of secondary education in Bulgaria are presented.

Key words: *organizational school culture modeling, confidential factor analysis, innovativeness, human resource, efficiency, structure*

Corresponding authors:

Assoc. prof. Ivaylo Staribratov, PhD

University of Plovdiv Paisii Hilendarski, Branch - Smolyan

32 Dicho Petrov Str.

4700 Smolyan

Bulgarian

e-mail: ivostar@abv.bg

Lilia Babakoba, PhD

Academy of Music, Dance and Fine Arts

2 Todor Samodumov str.

4000 Plovdiv

e-mail: babakova.lilya@gmail.com

PROOF

АДАПТИВНИ СИСТЕМИ ЗА ЕЛЕКТРОННО ОБУЧЕНИЕ

Асен Рахнев, Тодорка Терзиева, Евгения Ангелова, Валя Арнаудова

Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“

Факултет по математика и информатика

Резюме: Целта на това изследване е проучване и анализ на адаптивността на системите за електронно обучение (СЕО). Адаптивната технология позволява с помощта на специално разработени материали и средства за обучение да се създадат условия за самостоятелно изучаване на учебния материал в достъпен за обучаемите темп на напредване и развитие. Едновременно с това се осъществява персонализирано обучение и обучение по групи. Трудно може да се направи точен и еднозначен анализ на системите за адаптивно електронно обучение, в изследването представяме сравнение на основните възможности относно адаптивността по определени критерии. Възможностите за адаптиране на СЕО са разгледани от гледна точка на потребителите – обучаеми и преподаватели, а не от гледна точка на софтуерната разработка. Адаптивността се проявява в индивидуалното представяне на курсовете за всеки обучаем, съобразно неговите специфични предпочитания и умения, спрямо предоставянето на учебно съдържание според потребителското поведение и в зависимост от показаните резултати. Персонализацията се изразява във възможността за моделиране на индивидуален път на обучение и предоставяне на адаптивно съдържание, спрямо резултатите от изпитаване и оценяване.

Ключови думи: адаптивно електронно обучение, адаптивни системи, адаптивност, индивидуализация

Въведение

В началото на 21-ви век се засилва интересът към образователните технологии, като се променят многократно аспектите на тяхното разглеждане. Започват да се разработват педагогически технологии, при които целите и дейностите на учебния процес се насочват не към преподаването, а към ученето. Сменя се парадигмата на обучение, като в центъра на процеса на обучение се разглежда обучаемият с неговите

индивидуални особености, качества, цели, поведение и др. За разлика от традиционните методически разработки, предназначени за преподавателя, педагогическата технология на обучение предлага модел на образователен процес, определящ структурата и съдържанието на дейностите на самите обучаеми.

Адаптивните образователни технологии възникват като резултат от активно използване на съвременните технологии за анализ на данни в сферата на образованието и са средство за управление на учебния процес. Предимствата на адаптивното електронно обучение са значителни, непрекъснато се усъвършенстват начините за представяне на учебния материал, създават се системи за подпомагане на обучението и стремежът е тези системи все повече да са адаптирани към нуждите на потребителите – обучаеми и преподаватели. Адаптивните системи за обучение по-добре отчитат нивото и структурата на началната подготовка, както и резултатите от текущото състояние на обучаемите (Arnaudova et al., 2016). Това позволява рационално да се избират подходящи учебни материали, задачи и упражнения за повишаване на ефективността на обучението.

1. Адаптивно електронно обучение

От навлизане на компютрите в обучението са създадени множество идеи за адаптивно обучение – от пълен контрол на учебния поток (Oppermann, 1997), до концепцията за адаптивно управление, която предоставя богата информация и диагностични материали, за да се подпомагат обучаемите да вземат ефективни решения за собственото си обучение (Brusilovsky & Peylo, 2003).

Адаптивните и индивидуализиращи концепции са подробно разгледани и дефинирани от Brusilovsky (Brusilovsky, 1999). *Адаптивното обучение* е методология, при която периодично се идентифицират знания, стил на учене и след това се конфигурира специфично за нуждите на обучаемия множество от учебни ресурси, дейности и оценяване, което подпомага по-доброто усвояване на новите знания. Необходимо е да се отбележи, че адаптивността не означава да се даде пълен контрол на обучаемите върху учебния процес и съдържание (Corno & Snow, 1986). *Адаптивно електронно обучение* (АЕО) е метод за създаване на образователен опит за обучаемите и преподавателите, основан на периодично конфигуриране на множество от елементи по специфичен начин, подпомагащ по-доброто усвояване (Burgos et al., 2006).

През последните петнадесет години, създаването и доставяне на модули за адаптивно учебно съдържание стана важна част при проектирането на съвременните платформи за е-обучение (Brusilovsky, 2012; Kozlowski, 2008; Mulwa et al., 2010;

Василева, 2011; Kovacheva, 2012; Rahnev et al., 2014). Причината за навлизането на АЕО се обуславя от факта, че за да бъде ефективен един учебен процес е необходимо учебните материали да бъдат съобразени с различни характеристики на обучаемия като специфични цели, предпочитания, знания, стил на учене и др. и на тази база да се използва подходяща педагогическа стратегия.

Целта на адаптивното електронно обучение (АЕО) е създаване на възможност на обучаемия в максимална степен да усвои предвидения учебен материал и да му предостави допълнителен материал, в зависимост от неговите интереси и възможности. Най-общо казано, предоставеният адаптиран учебен материал трябва да постигне целите, поставени пред обучителния процес. Както бе отбелязано по-горе целта на АЕО на пръв поглед е една – да се усвои преподавания учебен материал в максимална степен, но целите на образованието са по-комплексни. Затова и адаптивността на системата се разпределя в няколко категории:

- Усвояване на учебния материал в максимална степен;
- Задоволяване на интересите на обучавания;
- Развиване на лични качества и способности на обучавания;
- Цели от психологически и социален характер.

Недостатъчната информираност за реалното ниво на знания на учениците, както и естествените различия в техните възможности за усвояване на знания, са основна причина за възникване на адаптивни системи за обучение, основани на дидактическия принцип за индивидуализация в обучението. Този принцип трудно се реализира в традиционната класно-урочна форма на обучение.

2. Характеристики на адаптивни системи за електронно обучение

Адаптивни системи за електронно обучение (АСЕО) са насочени към адаптивност на учебното съдържание и неговото представяне. Адаптивността в системите за електронно обучение се изразява във възможността за адаптация:

- към потребителските нужди и предпочитания;
- в зависимост от потребителското поведение;
- в зависимост от показаните резултатите.

АСЕО включват цялостен и систематичен процес на планиране, дизайн, разработване, оценяване и адаптиране на учебния материал към нуждите на обучаемия (Khan, 2001). Съгласно (Stoyanov&Kirschner, 2004) “Една АСЕО е интерактивна система, която персонализира и адаптира учебно съдържание, педагогически модели и

взаимодействия между участниците в нея, с цел да удовлетвори нуждите и предпочитанията на потребителите ако и когато те се появят”.

Съществува голямо разнообразие от системи за електронно обучение, както комерсиални – WebCT, Blackboard и др., така и с отворен код – Moodle, Sakai, Claroline, Ilias, Fle3, ATutor и др. В една част от тях е реализирана определен тип адаптация, докато при други могат да се добавят отделни модули за реализиране на адаптивност.

Една от водещите платформи за електронно обучение – **WebCT**, е изградена от два основни продукта: система за управление на учебни курсове (Campus) и система за информационно обслужване на образователни институции (Vista). Платформата дава възможност за разделяне на управлението на електронното съдържание от управлението на курса, т.е. позволява създаване на учебно съдържание, което да се използва не само в един курс, но и да се адаптира и включва в други модули вътре в учебната организация. Учебното съдържание може да се структурира както йерархично, така и последователно, и да се модифицира по всяко време. Учениците имат определено ниво на самостоятелност по отношение на избора на курса за изучаване и включване в работни групи. Те могат да проследяват усвоеното от тях учебно съдържание в сравнение с останалите и да се запознаят с предстоящи събития, свързани с изучаваната дисциплина. Ученическите групи могат да се създават и адаптират във всеки един момент.

Blackboard е система за създаване, организиране и управление на курсове, за обучения. Включва: система за ефективно преподаване и учене – позволява на преподавателите да създават персонализирани индивидуални модели на обучение; разработени са функционалности за оценяване на обучаемите и управление на резултатите; реализирани са възможности в областите Преподаване, Комуникация и Оценяване; система за създаване на общности; система за управление и споделяне на учебно съдържание – съхранява и контролира достъпа до обекти от учебното съдържание за многократно използване. Последната версия на системата развива персонализацията – първоначално сайтът с курсове е фиксирана среда, структурирана от инструктора и обхождана от обучаемия без възможност за персонализация. Все още няма добър интерфейс за проследяване на собственото обучение, като обучаемите могат само да изпращат обратна информация до преподавателя. Съществува добра възможност за преподаватели в сходни области за използване на общи материали, както и за надграждане и интеграция на продукти на трети страни в платформата.

Moodle е среда за електронно обучение с отворен код, която се доближава до основните комерсиални продукти. Основната разлика е, че Moodle е базирана на теорията на т.нар. „социално конструктивната педагогика“. Фокусът в Moodle е насочен по-скоро върху опита, който ще придобият обучаемите, а не върху ресурсите, които трябва да бъдат прочетени. Наборът от инструменти и структурата на системата предлагат не само презентирание и предаване на знания, но и ангажиране на обучаемите посредством извършване на дейности. Системата автоматично оценява въпросите от тип избор на всички верни отговори, вярно/погрешно и кратки отговори и може да покаже обратна връзка: обяснение или хипервръзка към съдържание. Преподавателите могат да организират учебните обекти в учебни последователности, да създават връзки между заданията и ресурсите, които след това могат да се поднасят като шаблони при разработване на бъдещи уроци. Тази система предоставя адаптируем обучаващ обект, наречен „урок“, при който обучаемите се препращат автоматично към следваща страница в зависимост от отговора, който са дали на предходната страница. Адаптивността и персонализацията са представени с поддръжка на шаблони за различни теми.

ATutor е уеб базирана система за управление на учебното съдържание (LCMS – Learning Content Management System), създадена като проект на Университета в Торонто, Канада. Основната ѝ идея е да се реализира адаптивна учебна среда, която да може да бъде използвана от всеки, независимо от подхода на учене и технологичните възможности, с които разполага. Адаптивността е изразена чрез заложените 6 модела (визуално възприемане, словесно възприемане, възприемане чрез дейности, глобално, йерархично и последователно възприемане), описващи разбирането за учене и структурата на знанието. Като авторски инструменти ATutor включва: Редактор на SCORM съдържание; могат да се генерират тестове с въпроси, избрани по случаен начин от системата. Създаваните тестове са с 4 типа въпроси, като оценяването може да бъде извършено от автора или автоматично от системата. Системата извършва анализ на резултатите на обучаемите. Позволява на автора да създава линейни и нелинейни последователности от учебно съдържание, което може да бъде организирано йерархично в курсове, уроци или теми. Авторът може да създава, редактира и агрегира учебни обекти, които да бъдат многократно използвани. Не могат да бъдат задавани учебни пътища и не могат да бъдат дефинирани учебни дейности.

Sakai е проект, събиращ опита и софтуерните решения на University of Michigan, Indiana University, MIT, Stanford, консорциума uPortal и Open Knowledge Initiative (OKI)

с подкрепата на фондацията Andrew W. Mellon. Софтуерните инструменти са проектирани да подпомогнат сътрудничеството между преподаватели, изследователи и обучаеми, като са заложили шест принципа: Разработване на софтуер, поддържащ работа в сътрудничество; Поддръжка на стандартите за е-обучение; Създаване на висококачествен софтуер; Изграждане на интерактивна среда; Реализиране на функции относно сигурността при използване на софтуера; Въвеждане на нови методи. Преподавателят може да създава тестове за самоподготовка с възможност за многократен достъп, като времето за работа може да е без ограничение. Системата автоматично оценява въпроси от определени типове с възможност за показване на обратна връзка към учебното съдържание. Преподавателят може да създава линейни учебни последователности, организирани йерархично – курс, урок, тема.

ILIAS (Integrated Learning, Information and cooperAtion System) е уеб-базирана система за управление на обучението, разработена в рамките на проект на Университета в Кьолн, Германия. Предоставя инструменти за обучение, авторство, достъп до информация и работа в сътрудничество. В ILIAS е заложен модела на умерения конструктивизъм – обучението е активен и конструктивен процес. Системата се използва като допълнение към традиционната учебна среда. Потребителите трябва да решат кои учебни материали, по кое време и в каква последователност ще прегледат. Обучаемите могат да структурират работата си самостоятелно, като използват наличните курсове и анотациите към тях. ILIAS следва концепцията, че хипермедийното обучение и работната среда трябва да предоставят функции за подпомагане на потребителя в 2 насоки: изграждане и организиране на знанията; определяне на самостоятелна посока в учебния процес. Задават се учебни пътища – възможно е достъпът до определен курс да се ограничи до преминаване на предишен курс, упражнение или тест. Преподавателят може да създава линейни или нелинейни последователности в рамките на курс, урок, тема. Учебните обекти могат да бъдат организирани в учебни последователности.

Claroline е разработена първоначално от Университета в Льовен, Белгия, като в развитието на системата са включени разработчици от целия свят. Claroline е уеб-базирана система за управление на курсове. Дава възможност за реализиране на широко разнообразие на педагогически решения: от традиционната класна стая до онлайн работа в сътрудничество. В основата на идеологията ѝ е конструктивизма: информацията се трансформира в знания чрез извършване на дейности от обучаемите и тези нови знания са в основата на следващите. Този процес е възможен само ако

обучаемите са добре мотивирани и се извършва на итерации. Предложеният модел е в съгласие с принципите на M. D. Merrill, според които обучението е подпомогнато, когато: обучаемите са ангажирани с решаването на реален проблем; активирани са предишни знания и се проверяват в нов контекст; новите знания са демонстрирани и доказани; новите знания са приложени от обучаемите. Разработени са авторски инструменти за създаване на тестове за самоподготовка с автоматично оценяване и може да показва обратна връзка, дефинирана от преподавателя. Възможно е задаване на учебен път чрез подреждане на учебни ресурси в определена последователност.

Future Learning Environment (Fle3) е уеб-базирана среда за електронно обучение, проектирана да поддържа както индивидуалната работа на обучаемите, така и работа в група и обучение в сътрудничество. Разработена е в специализирана лаборатория на Университета по изкуство и дизайн в Хелзинки в сътрудничество с изследователския център и факултета по психология на същия университет. В сравнение с традиционното преподаване, Fle3 има концепция, базирана на съдържание и на преподавател, поставен в центъра. Акцентът е върху мета-познанието, решаване на проблем и развиване на умения за работа в сътрудничество – в центъра е обучаемият с цел производство на знания и проектиране на продукти чрез използване на смислени инструменти и използване на комуникационните и информационни технологии в учебния процес. Fle3 е удобна за работа в групи, фокусиран върху създаването и развиването на продукти на знанието. За преподавателите и администраторите средата предлага инструменти за управление на потребители и курсове.

PeU 2.0 – виртуалната среда представлява модел за планиране на обучението на основата на ресурси и слоеве, като електронното обучение е изградено на понятийния подход. За реализиране на концепция за обучение, представена чрез дейности и разглеждана като процес на управление, базиран на предварително планирани или динамично възникващи редици от събития, е разработен проект и прототип на система – BEST (Bulgarian Educational Site). Основни характеристики на създадения прототип са: моделиране на процеси на обучение в различни предметни области; администриране и интерпретиране на създадените модели и паралелно динамично поддържане на виртуално обучение за множество потребители; виртуална комуникация чрез дейности и събития, свързани с учебно съдържание; прилагане на различни педагогически стратегии за обучение в зависимост от специфичните потребителски нужди, с възможности за автоматично адаптиране на стратегиите на базата на модел за

оценяване на знанията и уменията на обучавания. Чрез системата са проектирани адаптивни курсове и е проведено електронно обучение в областта на програмирането (разработка на Пловдивския университет).

АДОПТА (ADOPTA – ADaptive technOlogy-enhanced Platform for eduTAinment) – софтуерна платформа за адаптивна хипермедийна система за обучение, базирана на принципния модел и методологията за създаване на адаптивно учебно съдържание (Василева, 2011). Следва се подход, базиран на метаданни, при който има ясно разделяне на последователността от учебни дейности от учебното съдържание и машина за управление на адаптацията. Концептуалният модел на системата се състои от: модел на обучаемия, модел на предметната област, модел на адаптацията. Поддържат се някои липсващи при другите модели на адаптивни хипермедийни системи характеристики като стил на обучение, онтологична структура на учебните дейности, метаданни за тях и адаптивните правила. Машината за управление на адаптацията контролира доставката на страниците с учебно съдържание съобразно профила на обучаемия.

DisPeL (Distributed Platform for e-Learning) – разпределената платформа за електронно обучение (DisPeL) е интегрирана софтуерна система за автоматизиране на управлението и обучението (Rahnev et al., 2014). DisPeL позволява взаимодействие с други софтуерни системи, независимо от технологиите, с които са реализирани. Тази възможност за разширяване и интегриране на системата усъвършенства процеса на обучение с предлагането на следните електронни услуги: автоматизиране процеса на администриране; поддържане на адаптивно учебно съдържание; електронно тестване и оценяване; подпомагане на традиционното тестово изпитване и оценяване. Подходите за постигане на адаптивно електронно учебно съдържание в DisPeL са описани в (Rahnev, 2014; Голев, 2014; Malinova, 2014) и включват повтарящо се тестване и контрол на прогреса, персонализация на учебното съдържание и адаптивна презентация. Учебното съдържание се представя строго линейно, като изграждането на уникален път за учене на всеки обучаем се постига основно чрез тестовите въпроси. Предвидено е в края на всеки урок от учебното съдържание на учебника обучаемите да положат тест върху изучения материал и единствено при успешно решаване на теста получават достъп до учебното съдържание на следващия урок. DisPeL оценява отговорите и предоставя информация с предполагаемите пропуски в знанията на конкретния обучаем.

В таблица 1. са представени основни системи за АЕО, като са сравнени спрямо възможността за адаптация към: учебното съдържание; потребителските нужди или индивидуализация на обучението; в зависимост от потребителското поведение; в зависимост от показаните резултатите и адаптивно изпитване и оценяване. Възможностите за адаптиране на системите за електронно обучение са разгледани от гледна точка на потребителите – обучаеми и преподаватели, а не от гледна точка на софтуерната разработка.

Таблица 1. Адаптивност в системите за адаптивно електронно обучение

ACEO	Blackboard	ILIAS	Moodle	Claroline	ATutor	DisPeL	ADOPTA
Адаптивност							
Учебно съдържание	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Индивидуален път на обучение	✓	✓				✓	
Профил (шаблон) на обучаемия		✓	✓	✓	✓		✓
В зависимост от потребителското поведение			✓			✓	
В зависимост от показаните резултати			✓	✓	✓	✓	✓
Изпитване и оценяване	✓		✓			✓	

Адаптивността се проявява в индивидуалното представяне на курсовете за всеки обучаем, съобразно неговите специфични предпочитания и умения, спрямо предоставянето на учебно съдържание според потребителското поведение и в зависимост от показаните резултати. Персонализацията се изразява във възможността за моделиране на индивидуален път на обучение и предоставяне на адаптивно съдържание, спрямо резултатите от изпитаване и оценяване. Трудно може да се направи точен и еднозначен анализ на САЕО. Системата за електронно обучение, която предоставя най-добри възможности за адаптация, е Moodle. Могат да се адаптират ресурсите, структурата на курса и потребителските групи. Разработването на адаптивно учебно съдържание с платформата DisPeL дава възможност за повторно използване на създадените електронни материали, реорганизацията им според аудиторията, за която се създават, съхранението им и персонализацията в зависимост от специфичните особености на обучаемите.

Заклучение

В условията на съвременното общество индивидуалните нужди на обучаемите играят съществена роля както в традиционното, така и в технологично подпомогнатото

обучение. Всеки обучаем притежава индивидуални потребности и характеристики като например базови знания, стил на учене, мотивация и т.н. Тези различия влияят върху ефективността на учебния процес и са предпоставка някои обучаеми да усвояват лесно учебния материал на даден електронен курс, а други да срещат съществени затруднения.

Особеност на адаптивните системи за обучение е възможността за изграждане на индивидуална, персонализирана траектория на учебния процес, отчитаща особеностите на всеки обучаем или на група обучаеми. Адаптивната технология позволява на учителя с помощта на специално разработени материали и средства за обучение да създава условия за самостоятелно изучаване на учебния материал от обучаемите в достъпен за тях темп на напредване и развитие. Едновременно с това се осъществява персонализирано обучение и обучение по групи. Самостоятелното достигане до определени резултати води до повишаване на мотивацията и засилване на активността на обучаемите.

Благодарности:

Авторите изказват благодарност към научни проекти № ФП17-ФМИ-008 и № СП17-ФМИ-008 към НПД на ПУ „Паисий Хилендарски“ за частичното финансиране на настоящата работа.

Литература:

Василева, Д. Адаптивни софтуерни системи за електронно обучение, Автореферат на дисертация за присъждане на образователна и научна степен “Доктор” по научна специалност: „Информатика”, 2011, СУ „Кл. Охридски“, София.

Голев, А., Н. Павлов, Г. Спасов, Стефанова, К. Модул за LATEX експорт в разпределената платформа за електронно обучение DisPeL, *International Conference FROM DELC TO VELSPACE*, Plovdiv, March 2014, 113-114.

Arnaudova, V., Terzieva, T., Rahnev. A. A methodological approach for implementation of adaptive e-learning. *CBU International Conference Proceedings, Prague, Czech Republic*, 2016, v. 4, pp. 480-487.

Brusilovsky, P., Adaptive Hypermedia for Education and Training. In: *Adaptive Technologies for Training and Education*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2012, 46–68.

Brusilovsky, P., Peylo, C. (2003): Adaptive and Intelligent web-based Educational systems, *Intl.J. of Artificial Intelligence in Education*, 13, pp. 156-169.

Burgos, D., Tattersall, C. Koper, R. Representing adaptive eLearning strategies in IMS learning design, 2006.

Corno, L., Snow, E. Adapting teaching to individual differences in learners. In M. C. Wittrock (Ed.), *Third handbook of research on teaching*, Washington, 1986, pp. 605–629.

Kozlowski, S., Bell, B. Team learning, development, and adaptation. *Group learning*, 2008, pp. 15-44.

Kovacheva, E. Adaptive e-learning systems, PhD Thesis for awarding scientific and educational degree „Doctor”, 2012, Sofia University, Sofia.

Malinova, A., N. Pavlov, O. Rahneva. The electronic textbook “Developing business web applications” in the DisPel platform. *Proceedings of the International Conference “FROM DELC TO VELSPACE”*, Plovdiv, 26-28 March, 2014, 183-190.

Modritscher, F., V. Manuel Garcia-Barrios, C. Gutl, The Past, the Present and the Future of adaptive E-Learning An Approach within the Scope of the Research Project AdeLE, 2004.

Mulwa, C., Lawless, S., Sharp, M., Arnedillo-Sanchez, I., Wade, V. Adaptive educational hypermedia systems in technology enhanced learning: A literature review. In *Proceedings of the 2010 ACM conference on Information technology education*, 2010, pp. 73-84.

Rahnev, A., N. Pavlov, Kyurkchiev, V. Distributed Platform for e-Learning – DisPeL, *European International Journal of Science and Technology*, 2014, Vol. 3, No. 1, pp. 95-109.

Zliobaite, I., Bifet, A., Gaber, M., Gabrys, B., Gama, J., Minku, L. & Musial, K. Next challenges for adaptive learning systems. *ACM SIGKDD Explorations Newsletter*, 2012, 14(1), 48–55.

Stoyanov, S., Kirschner, P. Expert Concept Mapping Method for Defining the Characteristics of Adaptive E-Learning: ALFANET Project Case. *Educational Technology, Research & Development*, vol. 52, no. 2, 2004, pp. 41–56.

Oppermann R., Rashev R., Kinshuk A., Adaptability and adaptivity in learning systems. *Proceedings on Knowledge Transfer*, 1997, Vol. II, pp. 173–179.

Blackboard, <http://www.blackboard.com> (последно посетен 01.10.2017)

Claroline Connect, <https://www.claroline.net/EN/index.html> (последно посетен 01.10.2017)

ILIAS, https://www.ilias.de/docu/goto.php?target=cat_580&client_id=docu&lang=en

(последно посетен 01.10.2017)

Moodle, <https://moodle.org/> (последно посетен 01.10.2017)

Кореспондиращ автор:

доц. д-р Тодорка Терзиева

Катедра „Софтуерни технологии“, Факултет по математика и информатика

Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“

бул. “България” 236

4003 Пловдив

e-mail: dora@uni-plovdiv.bg

ADAPTIVE E-LEARNING SYSTEMS

Asen Rahnev, Todorka Terzieva, Evgenia Angelova, Valia Arnaudova

Plovdiv University “Paisii Hilendarski”, Faculty of Mathematics and Informatics

Summary: The purpose of this research is to study and analyze the adaptability of e-Learning systems. Adaptive technology allows, with the help of specially developed materials and training tools, to create conditions for self-study of learning material at a learner's pace of advancement and development. At the same time, personalized training and group training are carried out. It is difficult to make a precise and unambiguous analysis of adaptive e-learning systems, but in the study we present a comparison of the main adaptability capabilities to certain criteria. The opportunities for adapting e-learning systems are addressed from the point of view of users - learners and trainers, not from the point of view of software development. Adaptability is reflected in the individual performance of the courses for each learner, according to its specific preferences and skills, to the provision of learning content according to user behavior and depending on the results shown. Personalization involves the ability to model an individual path of learning and provide adaptive content to the test and evaluation results.

Keywords: *adaptive e-learning, adaptive systems, adaptability, individualization, personalization*

Corresponding author:

Assoc. Prof. Todorka Terzieva, PhD

Department Software technology, Faculty of Mathematics and Informatics

Plovdiv University “Paisii Hilendarski”

236 bul. Bulgaria

4003 Plovdiv, Bulgaria

e-mail: dora@uni-plovdiv.bg

ИЗСЛЕДВАНЕ НА ПОНЯТИЕТО НЕСТАНДАРТНА ЗАДАЧА В ОБУЧЕНИЕТО ПО ИНФОРМАТИКА И ИТ

Веселина Карапеева, Тодорка Терзиева, Асен Рахнев

Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“

Факултет по математика и информатика

Резюме: В обучението по информатика и ИТ задачите имат особена роля – те самите могат да бъдат средство за обучение. Предмет на нашето изследване е понятието *нестандартна задача* в обучението по информатика и ИТ на средното училище, като са проучени и представени нейните основни характеристики. Направен е сравнителен анализ на различни гледни точки. Особено внимание е отделено на етапите при решаване на една *нестандартна задача* по информатика и ИТ. Подробно е описан пример за нестандартна задача с няколко различни решения. Чрез този методически подход се създават условия за формиране и развитие на творческо мислене, избягва се шаблонността и стереотипите при решаване на една задача. По този начин се развиват умения за търсене на различни решения и прилагане на придобитите знания и умения в нови ситуации, които могат да бъдат връзка с реалния живот. От друга страна може да се използват различни и оригинални начини за решаване, които показват нестандартен начин на мислене.

Ключови думи: *нестандартна задача, обучение по информатика и ИТ, задачи по информатика и ИТ*

Въведение

Основен педагогически ефективен инструмент за организация на учебната дейност на учениците при изучаване на информатични дисциплини е създаването на проблемна ситуация. Това изисква нестандартно мислене, разбиране и систематизиране на познатите знания и умения. Освен това примерите и задачите са необходими за затвърждаване и прилагане на знанията, свързани с въведените основни понятия. За задачите по информатика могат да се посочат и някои специфични функции: формиране на

алгоритмичен стил на мислене, усвояване на основите на моделирането, усвояване на формализация при разкриване на взаимовръзката между различните форми на едно и също понятие, явление или процес и др. В процеса на решаване на задачата обучаемите самостоятелно затвърждават наученото, а също така откриват нови характеристики на изучаваните елементи чрез целенасочена активност от тяхна страна. Известна е особената роля на задачите в обучението по информатика и информационни технологии – в частност, те самите могат да бъдат средство за обучение. В изследванията си редица автори (Гъров, 2010; Дурева, 2011; Рахнев, 2012; Angelova, 2011) разглеждат системите от учебни задачи като мощно средство за управление на подготовката на обучаемите по информатика и ИТ през различните нива на образователния процес.

Общодидактическите аспекти на класификацията на задачите се основава на различни принципи, поставени в основата на делението: в зависимост от равнището на усвояване, в зависимост от структурните елементи на задачата, според структурните и функционалните свойства, според вида мислене и др. Най-популярна е класификацията на задачите на *стандартни* и *нестандартни*. В задачите от първия тип се използва алгоритъм или се работи по аналогия, нарича се още решаване по образец. При задачите от втория тип не се знае предварително начинът за решаване, както и това, върху което се основава решението. Използват се още и термините стереотипни и творчески задачи. Предмет на нашето изследване е ролята на *нестандартните задачи* в обучението по информатика и ИТ в училище.

Основни характеристики на *нестандартна задача*

Много преподаватели по математика използват понятието *нестандартна задача*. Съгласно определението на Фридман и Турецки, това са такива задачи за които в курса по математика няма общи правила и положения, определящи точен алгоритъм за решаването им (Фридман, 1989). Много често се смесва разбирането за задачи с повишена трудност с нестандартни задачи. Според Колягин - това са тези задачи, за които на обучаемите не е известен предварително нито метода на решение, нито учебния материал, необходим за решението (Колягин, 1980). По този начин една задача може да се счита за нестандартна в определен момент от обучението, когато на учениците не е известен теоретичния материал, необходим за решение на тази задача. За да бъде една задача *нестандартна* за определена възраст е необходимо:

- да няма готови алгоритми за нейното решение, известни на учениците;
- да има съдържание, което е достъпно за разбиране от всички ученици;
- да има интересно съдържание;
- да може да се реши с използване на такива знания и умения, които са предвидени в учебната програма за съответната възраст (Major, 2014).

Наблюденията ни показват, че една *нестандартната задача* винаги с нещо интригува, грабва вниманието, представлява предизвикателство към интелекта на ученика. Този подход се използва за мотивиране и развиване на интерес към обучението. *Нестандартните задачи* изискват специално внимание при анализа на условията, както и последователното изграждане на логически разсъждения.

Типична черта за *нестандартните задачи* е, че решаването им не завършва с получаването на отговора – обикновено самият отговор поражда размисли, поражда нови въпроси, разплитането на които задълбочава знанията. Тези размисли и въпроси са свързани с отчитане на нови фактори, повече или по-малко съществени за разглеждания проблем (Аксенова, 2017). По такъв начин нестандартната задача се превръща в многоетапна, в многопластова задача: първият етап включва нейното решение, вторият – неговият коментар, третият – отчитането на проявилите се при коментара нови фактори и т.н. Интригуващият момент в нестандартната задача често се дължи на известен елемент на парадоксалност, който също може да се съдържа или в условието, или в резултата от нейното решаване (Попов, 2016). Именно разкриването на парадокса стимулира интереса и оставя трайна среда в съзнанието на ученика. Една задача може да грабне вниманието, да събуди интерес и с оригиналността, с елегантността на своето решение, и това да я прави нестандартна. Нейното условие може да изглежда напълно стандартно, може дори тя да допуска и съвсем стандартно решение. Въпреки това, ако съществува и друг, елегантен начин за решаване, начин, който разкрива нови посоки за движение на мисълта, не бива да се пренебрегва възможността да бъде причислена в групата на нестандартните. Често елегантността на решението се дължи на използването на общи подходи.

Има различни видове нестандартни задачи. Някои външно изглеждат твърде необикновено, затова не е ясно как трябва да се решават. Други са замаскирани: на пръв поглед е стандартна задача, но обичайните методи не водят до решение. Решаването на трети изисква високо ниво на логическо мислене, и т.н. Едва ли е възможно да се изброят

особеностите на нестандартните задачи. Решаването на нестандартни задачи изисква и определена съобразителност, нестандартен подход и творческо отношение. В научните изследвания няма точно определение за нестандартна задача. В някои източници се посочват критерии, по които може да се определи дали една задача е стандартна или е нестандартна.

Нестандартни задачи в обучението по информатика и ИТ

За да стигнем до понятието „нестандартна” задача е необходимо да разгледаме понятието „стандартна” задача. И въобще възможно ли е да се прецени дали една задача е стандартна или е нестандартна? Има ли критерии, които да отличават едната от другата?

По принцип „стандартен” означава шаблон, служещ за образец или модел на други. Основната роля на стандартните задачи е усвояване на фундаментални знания и умения, свързани с основни теоретични правила и практически решения. В информатиката това се свързва с точно определен алгоритъм, по който да бъде решена определена задача. Според Фридман (Фридман, 1982), решението на една стандартна задача е изградено от етапи, и като задължителни той посочва:

- анализ на задачата при определяне на структурата на задачата;
- осъществяване на **начина/алгоритъма** за решаване на задачата;
- формулиране на отговора на задачата.

Всъщност достигането до крайния резултат се свежда до използването на определен начин или алгоритъм. Според Фридман (Фридман, 1982), когато става въпрос за *нестандартни задачи*, всеки един от етапите за решението им се свежда до използване на следните **методи**:

- **Разделяне на задачата на подзадачи** – да се установи не трябва ли задачата да се раздели на подзадачи по определени критерии.

На първият етап от изследване на задачата се построява описателен информационен модел. В процеса на анализ се появяват различни параметри – признаци, характеристики или свойства на обекта. На този етап се формира пълно описание, отделят се всички елементи, установява се връзката между тях, отделят се съществените елементи, от гледна точка на целите на изследването, определят се параметри и техните характеристики, чието изменение влияе или може да повлияе на обекта. На този етап се

формират и хипотези за закономерности, присъщи на изследвания обект, които по-нататък подлежат на проверка.

- **Моделиране на задачата** – Възможно ли е да се замени задачата с някакъв познат или по-прост модел чрез: смяна на променливите или смяна (кодиране) на обектите или смяна на цялата задача с еквивалентна на нея.

Дейността по построяване на информационен модел – информационно моделиране е обобщен вид дейност, която е характерна за информатиката. Успешното решаване на информационни задачи изисква разбиране на понятието модел и компютърен модел, как да се осъществи формализация на задачата и моделиране. Но компютърното моделиране изисква и познаване на език за програмиране, тъй като съставянето на програмата е важен етап от решението на една информационна задача. Информационното (абстрактно) моделиране съществува много преди появата на компютри, но тяхното появяване внася допълнително абстрахиране. Ако разгледаме алгоритъма като формален модел на дискретен процес, то построяването на алгоритъм изисква изграждане на умения за усвояване както на принципите на моделиране, така и на технологиите на моделиране, свързани с изпълнение на алгоритъма на компютър. Изграждането на умения за моделиране са свързани с уменията за анализиране на проблем, формализиране на проблем и построяване на алгоритъм (модел).

- **Въвеждане на спомагателни елементи** – Да се установи възможността от въвеждане на спомагателни елементи с цел придаване на определеност на задачата, приближаване на данните до търсените или разделяне на задачата на отделни части.

Всеки модел възпроизвежда само тези свойства на оригинала, които ще улеснят неговото използване. От гледна точка на информатиката, от съществено значение е съставянето на информационен модел. Ако материалният модел на обекта е неговото физическо подобие, то информационният модел е неговото описание. Методът за описание може да бъде различен: словесен, математически, графичен и др. Всеки реален обект е невъзможно да се опише изчерпателно с всички детайли, затова информационният модел съдържа само съществените данни за обекта, от гледна точка на целите, за които е създаден. Построяването на информационен модел предшества системният анализ, който разграничава съществените части и свойства на обекта, както и връзката между тях.

Съдържателната линия за формализация и моделиране изпълнява важна педагогическа задача в базовия курс по информатика – развитие на системно мислене.

Всички изследвания по темата се обединяват около твърдението, че решаването на *нестандартни задачи* чрез логическо, творческо и независимо мислене развива както интелектуалните нагласи, така и преодоляването на трудности. Този подход подобрява способността за анализиране на проблеми и разбиране на структурата и взаимовръзката между отделните елементи на задачата, развиват се умения за преценка и се създават условия за прилагане на оригиналност и творчество (Polya, 1957).

Какво всъщност представлява *нестандартната* задача? В никоя наука няма общи правила, които да определят една задача като „нестандартна”. Малцина са авторите, които са се опитали да дефинират понятието „нестандартна” задача. Те всички обаче се обединяват около следните основни елементи, които я отличават от „стандартната” задача:

1. Нестандартните задачи не са формулирани в явен вид. Те много често даже не фигурират и в сборниците и учебните помагала. Учителят сам трябва да ги открива в съответната литература и в заобикалящото ни ежедневие. Чрез следене на новостите в науката, той трябва да си изработи интуиция за откриването на информация, която да бъде основа за формулирането на нестандартни задачи.

2. Нестандартната задача грабва вниманието на ученика. Тя привлича вниманието на учениците със своята конкретност и свързаността на учебния материал с неща от ежедневието. Предизвикателството може да се прояви в условието на задачата, в процеса на решаването или при получаване на резултата. Успешното ѝ решаване води до чувството на удовлетворение за справяне с определена трудност и ученикът ще знае нещо ново. Спомага за събуждане на интерес към предмета и осъзнаване на връзката между учебното съдържание и заобикалящия ни свят.

3. Решаването на нестандартна задача не винаги завършва с получаването на отговор. Много често самият отговор предизвиква възникването на нови въпроси и коментари, които от своя страна изискват по-задълбочени познания в дадената научна област.

4. Наличието на елемент на парадоксалност. Този елемент на парадоксалност може да се съдържа както в условието, така и в резултата от решението на нестандартната

задача. Именно разкриването на парадокса стимулира интереса и оставя трайна следа в съзнанието на ученика.

5. Нестандартната задача се отличава с оригинално и нестандартно решение.

Много често една задача може да допуска няколко решения. От една страна решението може да е напълно стандартно. От друга страна за решението може да се използват различни и оригинални начини за решаване, които показват нестандартен начин на мислене.

Пример за това как една стандартна задача може да бъде представена като нестандартна е задачата за намиране на N-тото число на Фибоначи.

Стандартно условие на задачата: Дадена ни е редицата от числа: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, В тази редица първите две числа са единици, а всяко следващо число се получава като сума от предходните две. Да се напише програма, която при въвеждане на N намира N-тото по ред число на Фибоначи. Например – при вход 9 трябва да изведе 34.

Нестандартно условие на задачата: Чифт зайци (мъжки и женски екземпляр) могат да произведат за единица време нов чифт зайци, които продължават да се размножават (в класическата задача на Фибоначи на новородения чифт зайци са му необходими два месеца, за да дадат първото си поколение, след което продължават да се размножават всеки месец). Колко е броят на живите чифтове зайци след определено време, ако никога не унищожават зайците? Отговорът се дава от последното число в редицата на Фибоначи.

Пример за нестандартна задача „Хензел и Гретел“

На ученици от VI клас, в час по Информационни технологии беше зададена следната задача: Хензел и Гретел тръгнали от дома си. За да не се загубят в гората, те вървели заедно и оставяли покрай пътеката камъчета. Гретел оставяла на всеки 6 крачки по едно камъче, а Хензел на всеки 8 крачки, освен ако там вече не била оставила сестра му. Колко крачки ги деляли от дома им, когато всичките им общо 100 камъчета свършили?

По-голяма част от решенията на учениците бяха чрез използване на електронни таблици, като едно от децата, което посещава школа по състезателна информатика, реши задачата чрез програмен код. От 15 ученика се получиха 5 различни начина за решение.

I-во решение (най-често срещано):

	бр. крачки	бр. крачки	бр. крачки	бр. крачки
Хензел	6	12	18	24
Гретел	8	16	24	

На всеки 24 крачки общо поставят 6 камъчета =>
 Броят на крачките ще е $100/6*24 = 400$ крачки

II-ро решение:

Брой камъчета	Цикъл от стъпки	Камъчета в цикъла	Брой пъти цикъл	Остатък	Общо крачки
100	24	6	16	4	400

Използвани формули:

$A2/C2-1$

$A2-(C2*16)$

$B2*16+2*8$

III-то решение:

	Брой крачки отдалеченост от дома				Брой камъни
Гретел	6	12	18	24	6
Хензел	8	16	24		

	Брой крачки отдалеченост от дома				Брой камъни
Гретел	222	228	234	240	60
Хензел	224	232	240		

Гретел	30	36	42	48	12
Хензел	32	40	48		

Гретел	246	252	258	264	66
Хензел	248	256	264		

Гретел	54	60	66	72	18
Хензел	56	64	72		

Гретел	270	276	282	288	72
Хензел	272	280	288		

Гретел	78	84	90	96	24
Хензел	80	88	96		

Гретел	294	300	306	312	78
Хензел	296	304	312		

Гретел	102	108	114	120	30
Хензел	104	112	120		

Гретел	318	324	330	336	84
Хензел	320	136	336		

Гретел	126	132	138	144	36
Хензел	128	136	144		

Гретел	342	348	354	360	90
Хензел	344	352	360		

Гретел	150	156	162	168	42
Хензел	152	160	168		

Гретел	366	372	378	384	96
Хензел	368	376	384		

Гретел	174	180	186	192	48
Хензел	176	184	192		

Гретел	390	396	100
Хензел	392	400	

Гретел	198	204	210	216	54
Хензел	200	208	216		

 Означаваме с този цвят, момента когато Хензел не слага камъче, защото сестра му вече е сложила

Отг: 400

IV-то решение:

Хензел			
Гретел			
6	1	Получаваме	
8	2	общият	
12	3	брой	
16	4	камъни 24,	
18	5	защото	
24	6	цикълът се	
100	6	повтаря	
		16,66667	400
общ брой	повтарящи	брой	оставащи
камъни	цикли	цикли	крачки
Използвани формули:		$B11/C11$	$D11*B9$

V-то решение:

```
#include <iostream>
using namespace std;
long long gcd(long long a, long long b)
{
    int r;
    while(b>0)
    {
        r=a%b;
        a=b;
        b=r;
    }
    return a;
}
```

```

int main()
{
    long long total, h, g, stoneForStep=0, nok, nod;
    cin>>g>>h>>total;
    nod=gcd(g,h);
    nok=(g*h)/nod;
    stoneForStep+=nok/g;
    stoneForStep+=nok/h;
    stoneForStep--;
    cout<<(total*nok)/stoneForStep<<endl;
    return 0;
}

```

Заклучение

Нестандартната задача е смислена и интересна. Това е задача, за която няма общи правила и правила, които определят точен начин или алгоритъм за нейното решаване. Една и съща задача може да бъде „нестандартна“ за някои ученици и „стандартна“ за другите, ако учениците имат методи за решаване на такава задача. Нестандартната задача трябва да провокира учениците да си задават въпроси. Въпросите от своя страна, провокират желанието за решаване на други задачи и проблеми. При нестандартните задачи се подчертава необходимостта от логическо мислене и споделяне на резултатите. Необходимо е разсъждение и обосновка на отговора, които разкриват основните идеи и тяхното решение. Създават се условия за формиране и развитие на творческо мислене, избягва се шаблонността и стереотипите при решаване на задача. По този начин се развиват умения за търсене на различни решения и прилагане на придобитите знания и умения в нови ситуации, които могат да бъдат връзка с реалния живот.

Благодарности:

Авторите изказват благодарност към научен проект № СП17-ФМИ-008 към НПД на ПУ „Паисий Хилендарски“ за частичното финансиране на настоящата работа.

Литература:

Аксенова, М. Нестандартные задачи как средство развития логического мышления младших школьников в процессе обучения математике. *Научно-методический электронный журнал „Концепт“*, 2017, Т. 13. 6–10. <http://e-koncept.ru/2017/770275.htm>.

Гъров, К. За задачите в обучението по информатика и информационни технологии, *Сборник доклади на Национална конференция „Образованието в информационното общество”*, Пловдив, 27-28.05.2010, 95-101.

Гъров, К., С. Анева, Е. Тодорова. Основни учебни дейности при обучението по информационни технологии, *Сборник научни трудове, Тридесет и девета пролетна конференция на Съюза на математиците в България*, Албена, 2010 г., стр. 313-317.

Дурева, Д., Г. Тупаров, За подготовката на студентите - бъдещи учители по информатика и информационни технологии. *Сборник доклади на Национална конференция "Образованието в информационното общество" Пловдив, АРИО, 26-27 май 2011, с. 337-341.*

Колягин, Ю. М. Учись решать задачи. Пособие для учащихся VII—VIII классов. – Москва.: Просвещение, 1980. 96 с.

Назад, Дж., Пигот, Дж., Пумфри, Л., Използване на нестандартни проблеми, които да предизвикат предконцепции, февруари 2011 г.

Попов, Х. Ролята на нестандартните задачи за засилване мотивацията за изучаване на физика и за задълбочаване на знанията. <http://phys.uni-sofia.bg/~сpopov/Almanah-pdf/I%20chast/1%20metodika/03%20nestandartni%20zadachi.pdf>

Рахнев, А., К. Гъров, С. Анева, Използване на Visual Basic for Applications при решаване на практически задачи в обучението по информационни технологии, *Научно-методическо списание „Математика и информатика”,* кн. 6, 2012, стр. 578-602.

Фридман, М. Методика на обучението за решаване на математически задачи, *сп. Обучението по математика и информатика*, 1982, Москва.

Фридман, М., Турецкий Е. Как научиться решать задачи. Москва, Просвещение, 1989, 321 с.

Angelova, E., T. Ditchewa, Integration and Synthesis in Teaching Spreadsheet Processing to Information Technology Teachers, *Proceeding Plovdiv University „Paisiy Hilendarski”,* vol. 37, book 3, Mathematics, 2010, p. 5-12.

Major, J., Major, M., Non-standard tasks in mathematical education, Czestochowa, Mathematics XIX (2014), p. 115–119

Polya, Г. How to Solve It. A New Aspect of Mathematical Method, New York, 1957.

Кореспондиращ автор:

докторант Веселина Карапеева

Катедра „Компютърна информатика, Факултет по математика и информатика

Пловдивски университет „Паисий Хилендарски”

бул. „България” 236

4003 Пловдив

Телефон: 0894 403 822

e-mail: v.karapееva@gmail.com

RESEARCH OF THE CONCEPT OF NON-STANDARD TASK IN INFORMATICS AND IT TRAINING

Veselina Karapeeva, Todorka Terzieva, Asen Rahnev

Plovdiv University “Paisii Hilendarski”, Faculty of Mathematics and Informatics

Abstract: Tasks have a special role to play in computer science and IT training - they can be a learning tool. The subject of our research is the notion of a non-standard task in the Informatics and IT training of the secondary school, and its main features have been studied and presented. A comparative analysis of different points of view is made. Particular attention is paid to the stages of solving a non-standard task in Informatics and IT. An example of a non-standard task with several different solutions is described in detail. This methodical approach creates conditions for the formation and development of creative thinking, avoiding the template and the stereotypes in solving a task. In this way, skills are developed to look for different solutions and apply the acquired knowledge and skills to new situations that may be related to real life. On the other hand, it is possible to use different and original ways of solving, which show an unconventional way of thinking.

Keywords: *non-standard task, Informatics and IT training, Informatics and IT tasks*

Corresponding author:

Veselina Karapeeva, PhD Student

Department Computer Technology, Faculty of Mathematics and Informatics

Plovdiv University “Paisii Hilendarski”

236 bul. Bulgaria

4003 Plovdiv, Bulgaria

e-mail: v.karapeeva@gmail.com

ПЕДАГОГИЧЕСКИ СТРАТЕГИИ ЗА ПОВИШАВАНЕ НА МОТИВАЦИЯТА В ОБУЧЕНИЕТО ПО ИНФОРМАТИКА И ИТ

Петьо Павлов, Тодорка Терзиева, Асен Рахнев

Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“

Факултет по математика и информатика

Резюме: Измененията в структурата на мотивите при изучаване на информатиката през последните няколко години водят до необходимостта от търсене на различни начини и педагогически стратегии за повишаване на мотивацията на учениците. Върху развитието на познавателната мотивация на учениците оказват влияние най-различни фактори, в това число и особеностите на различните учебни предмети. Познавателните мотиви се формират с различни средства в хода на учебния процес. Те имат за цел да подбуждат интерес към знанието и процеса на учене. Училищният курс по информатика и ИТ се отличава със силно изразени междупредметни връзки, като методите и средствата на информатиката се разпространяват във всички области на съвременния живот и активно се използват в процеса на обучение от другите учебни предмети. Задачите, решавани в часовете по информатика и ИТ, имат ярко изразен междупредметен характер. В този доклад представяме педагогически подход за провокиране на интереса и повишаване на мотивацията на учениците за изучаване на информатични дисциплини чрез междупредметна интеграция с други учебни предмети като история и физика.

Ключови думи: *мотивация за учене, мотиви, междупредметни връзки, педагогически стратегии, методи на обучение*

Въведение

Една от основните задачи на съвременното образование е да формира у обучаемите знания и компетенции, приложими в различни области, да се повиши интереса към обучението, да се формира и развива познавателната мотивация на учениците.

Познавателните мотиви се формират с различни средства в хода на учебния процес. Те имат за цел да подбуждат интерес към знанието и процеса на учене. В степента, в която ученикът участва в решаването на проблеми, търсене на нови пътища за достигане до резултат в него се усъвършенстват и учебно-познавателните мотиви. През последните години се подчертава необходимостта от оптималното съчетаване на различни средства, които позволяват новото знание да се представи на ученика във вид на проблем. С формирането на мотивация за учене се създава положително емоционално отношение към процесът на обучение и по-високо ниво на удовлетвореност от постигнатите резултати.

Пренебрегването на стимула за учене обаче може да се превърне в сериозен проблем. Вследствие на липсата на мотивация ученикът спира да учи качествено, развива негативно отношение към училището, учителите и ученето по принцип. Ето защо е изключително важно интересът на учениците да бъде стимулиран активно и да се поддържа и развива мотивация за учене.

Същност и видове мотивация

Какво е мотивацията? Мотивацията е вътрешната сила или енергията, която подтиква човека към извършване на определено действие. Мотивацията има много общо с желанието и амбицията, а ако те отсъстват, липсва мотивация. Мотивацията е желание да се постигне цел, съчетана с енергия да се работи за постигането на тази цел. Учениците, които са мотивирани, имат желание да започнат своето обучение и да изпълнят изискванията на преподавателя или да се самообучават. Мотивираният ученик не винаги може да е развълнуван или напълно ангажиран с обучението, но той изпълнява поставените задачи, дори когато задачите или практическите проекти са трудни или изглеждат безинтересни.

Мотивацията е движещата сила към постигането на определени цели. Тя включва целева насоченост на поведението и изисква получаването на пряка и своевременна връзка между целенасочените действия и постигнатите резултати. Крайният резултат винаги е от субективно значение и има психологическа ценност. С понятието *мотивация* се изразява най-общо „насочена активност” на личността. Мотивацията се разглежда като йерархична система на много равнища, в която различни мотиви се намират в единство и взаимодействие. Всяка дейност и в частност – ученето се подбужда от дадени мотиви. Понятието мотив идва от латински (*movere* – движа се) и означава подбуда към дейност. Мотивите са сравнително устойчиви за дадена личност. В същото време мотивацията не е изградена само от мотивите, но и от

различни външни, ситуативни фактори: влияние на други хора, влияние на околната среда, сложност на изпълняваната задача и др. По този начин мотивацията е съвкупност от всички фактори, както личностни, така и ситуативни, които подбуждат хората към активност.

Най-разпространено е разделянето на мотивацията на външна и вътрешна. Израз на това разделяне е разбирането за непосредствения и опосредствения характер на мотивите за учене. Непосредственият интерес към знанията въобще, към отделен учебен предмет или към процеса на учене като цяло, е относително обособен от съзнанието за предимствата, които носи високото образование или от чувството за дълг пред учителите, родителите, училището, обществото (Рубинщайн, 1989, 80-81).

Изясняването на същността на външната и вътрешната мотивация започва с експериментите с примати на професора от университета в Уисконсин Хари Ф. Харлоу през 1949 г. и след 20-годишно прекъсване продължава през 1969 г. с изследванията и теоретичните обобщения на Едуард Деси (Пинк, 2012, 9-16), който по-късно нарича външната мотивация *екстрасивно мотивирано поведение*, а вътрешната – *интрасивно мотивирано поведение*.

Интрасивно мотивираното поведение е поведение, наградата за което индивидът носи в себе си. Действащият субект намира удовлетворение в чувството за собствена компетентност и самоутвърждаване. *Екстрасивно мотивираното поведение* е поведение, при което действащият индивид намира удовлетворение в някаква външна награда. (Deci E. L., 1975, 31). Тоест обучаем, който е вътрешно мотивиран, се заема с дадена дейност, заради самата нея и удоволствието, което тя предоставя, или удовлетворението от изпълнението ѝ. А в другия случай ученикът, който няма вътрешна мотивация се представя, за да получи възнаграждение или да избегне някакво външно наказание. С други думи, при външната мотивация носител на стимулите е социалната среда, която предлага награди или наказания за определен тип поведение, а вътрешната мотивация изразява саморегулацията на личността, проявяваща се в стремежа към удовлетворяване на значими за нея потребности.

Един от пътищата за създаване на мотивация е формирането ѝ чрез учебната дейност.

Педагогически стратегии за повишаване на мотивацията в обучението

- 1) Съвременни методи на обучение и създаване на подходяща за учене среда.**

Методите на обучение са този компонент на обучението, който е в състояние да го направи привлекателно за учениците, а привлекателността на обучението е основателна причина за учебна активност. Мощен мотивиращ потенциал в това отношение притежава самото разнообразие от прилагани методи на обучение, но акцентът е преди всичко върху тези методи, които са придобили популярност като *интерактивните методи на обучение*. Същностният признак на тези методи е интензивното взаимодействие между участниците в процеса на обучение. При тях се създават условия за провокиране мисленето на учениците, за свободно изказване на мнения и защита на собствена позиция, за преобладаване на творческото мислене пред възпроизвеждането. До теоретичните обобщения често се стига самостоятелно чрез логични разсъждения, в резултат на спор и дискусия по поставени проблеми, чрез разрешаване на различни проблемни ситуации. Тези характеристики на интерактивните методи са в основата на тяхното съществено предимство да предизвикват по привлекателен начин полагането на собствени усилия за усвояване на учебното съдържание.

2) Поставяне и постигане на реалистични цели чрез рационални аргументи

Според теорията за мотивацията, наречена „очаквана ценност” личността е активна, когато се стреми към ценна за нея цел и когато има голяма вероятност тази цел да бъде постигната. Целта, която учителят би искал ученикът да възприема като ценност, е целта на обучението. Ако разбира тази връзка, учителят трябва да полага усилия, за да формира съзнание за ценност на целта на обучението. Естествено е подобно съзнание да се формира на първо място чрез рационални аргументи за ценността на знанията и за смисъла на ученето.

Стратегията се привежда в действие чрез аргументи, разположени в три тематични кръга – ценностни аспекти на знанието, инструментална функция на знанието, рефлексивни аспекти на знанието.

Развитието на уменията за целеполагане у учениците е свързано преди всичко с тяхната учебна дейност, без да се изчерпва с нея. Педагогическото взаимодействие е насочено към доказване ценността на знанията, важността на училищната подготовка и училищния успех, към очертаване на образователните и професионални перспективи. Обсъждането с учениците на приоритетните за тях цели е процес на формиране, развитие и стимулиране на мотивацията за учене, който при компетентно провеждане прераства в самомотивиране.

3) Подкрепа на инициативността в ученето

Правилното организиране и ръководене на учебния процес благоприятства за развитието на познавателни интереси, изграждането на положителни мотиви за учебната дейност, които веднъж формирани, сами стават действени вътрешни фактори за подобряване на нейното качество и повишаване ефективността ѝ. Мотивите за учене са вътрешни подбуди, главно осъзнати, по силата на които учащият усвоява знания, формира умения, навици, изпълнява свои училищни задължения и извършва различни учебни извънкласни дейности. Характерно за мотивите за учебната дейност са насоченост на знанието като непосредствен подбудител за активност; удовлетвореност от участието в познавателните дейности и неудовлетвореност от постигнатото. От друга страна създаването на условия за положително емоционално отношение към училището и свързаните с него дейности, провокиране на стремеж за проникване в същността на изучаваните предмети и явления и преодоляването на напрежението и трудностите при решаване на учебно-познавателни задачи развива желание за усъвършенстване на собствените интелектуални възможности. Според Брофи мотивацията за учене се придобива от цялостния опит и бива стимулирана най-директно чрез моделиране, комуникиране на очакванията и директни инструкции и социализирането от значимите други (особено родителите и учителите). Тук се подчертава значението на ролевите модели, на ясните цели и очаквания и учителят като социализиращ агент на промяната. (Brophy, 1987).

4) Осъществяване на адекватна обратна връзка и контрол

Контролът и оценката осъществяват мотивиращо въздействие с разнообразни средства: поставяне на ясни изисквания, което е едно от необходимите условия оценката да съответства на положените усилия; използване на индивидуални относителни норми, които в по-голяма степен осигуряват съответствие на оценката на претенциите на личността; разнообразие в прилаганите методи и стратегии за изпитване и оценяване, което създава привлекателност на процеса и създава благоприятна учебна обстановка за реализиране на значими за личността учебни постижения. Ниската оценка от своя страна е предизвикателство към умението за позитивна преработка на неуспехите.

Силен мотивиращ фактор за личността са постигнатите от нея успехи в учебната дейност както като резултат, така и като преживяване на успешността на действието. Успеха и неговото преживяване формират един основен за ученето вид мотивация - мотивация за успех. Безспорен е фактът, че успешните действия стимулират претенциите на учениците, повишават тяхната увереност и активност в обучението.

Постигнатият успех под формата на получен резултат, висока оценка, похвала от учителя, е източник на положителни преживявания. Успехът е причина ученикът да изпита удовлетворение от дейността си и да придобие усещане за собствена значимост. Мотивиращото въздействие на успеха поставя учителите пред трудната задача да конструират ситуации на успех, използвайки разнообразни способности - усвояване на учебния материал на малки стъпки, каквото е характерно за програмираното обучение, достъпност при преподаването, съобразяване на учебните изисквания с възможностите на всеки ученик и др.

Междупредметни връзки между информатика, ИТ и други дисциплини

Според Брунер най-добрият начин да се създаде интерес към предмета е да се счита той за ценен, полезен, годен за употреба, особено в ситуации, които са извън контекста на обучението (Брунер, 1976).

Основен педагогически ефективен инструмент за организация на учебната дейност на учениците при изучаване на информатични дисциплини е създаването на проблемна ситуация. Поради факта, че методите и средствата на информатиката са получили широко разпространение в много области на човешката дейност, задачите решавани в часовете по информатика, имат ярко изразен междупредметен характер. Когато се изучават общите принципи на построяване на информационни модели, като примери се разглеждат информационни модели от различни предметни области - математика, физика, екология, икономика, биология и т.н.

Една условна класификация на междупредметните връзки може да е:

- теоретична връзка – когато за по-добро разбиране на учебния материал по информатика се използват аналогии и примери от други области;
- практическа връзка - когато на учениците се предлагат задачи от други училищни предмети, но тяхното решаване се осъществява с помощта на методите и средствата на информатиката.

Това води до задълбочаване на знанията на учениците по информатика и повишаване на мотивацията към програмиране и работа с компютър. Този вид връзка демонстрира ролята и значението на науката информатика за другите области на човешкото познание.

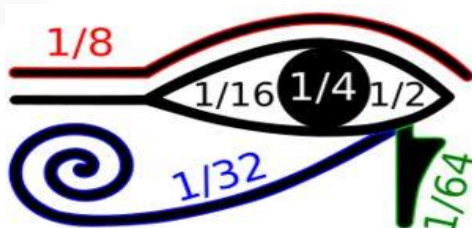
Ще разгледаме два примера, които могат да бъдат разгледани в задължителната подготовка по информатика в осми клас, и могат да бъдат реализирани с Visual Studio и езика C#.

Първа задача: Митът за „Окото на Хор“

Създават се междупредметни връзки между история, математика и информатика. Знание от историята може да направи информатиката по-интересна и разбираема. Ще използваме мита за „Окото на Ра“ в египетската митология: „Окото на Хор/Окото на Ра се нарича уаждет или уджет на египетски в зависимост от произношението. Според легендата, за да отмъсти за смъртта на баща си, Хор призовава чичо си Сет на бой. Преди да бъде победен, Сет успява да извади едното око на Хор (лявото) и нарязвайки го на 7 части, го разхвърля над земята на Египет така, както години преди това е разхвърлил тялото на Озирис. В този смисъл по-късно окото на Хор ще символизира вниманието и това да си винаги нащрек. А също и абсолютната необходимост никога да не забравяш, че ако не внимаваш, можеш да паднеш в капаните на врага по пътя към вечността и вечният живот.

След битката със Сет боговете правят Хор владетел на Египет и покровител на фараоните. Те нареждат на Тот да събере шестте парчета и да върне окото на Хор. Тот намира само 6 от 7те парчета. Ако се вгледате внимателно в един уджет, ще видите, че ако клепача е $1/8$ част, ирисът $1/4$, частта между основата на носа и ириса $1/2$, а тази между ириса и външната част на окото $1/16$, а двете завършващи долни линии съответно $1/64$ и $1/32$, то сбора от сумите е $63/64$, т.е. не се образува едно цяло.

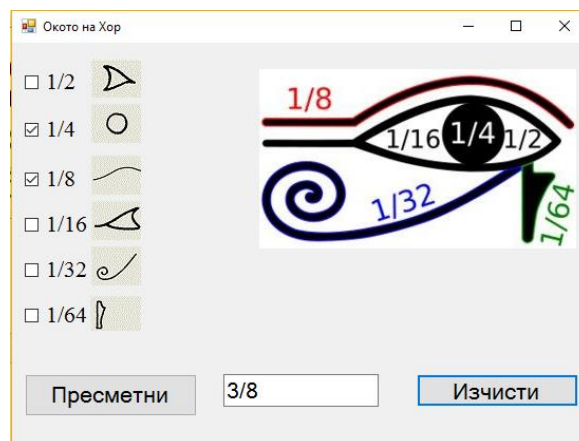
Фиг. 1 Изображение на окото на Хор



Във всекидневния живот уджетът се използвал като части на хекат-а - мерна единица за житните култури и течностите, горе долу 5 днешни литра.“

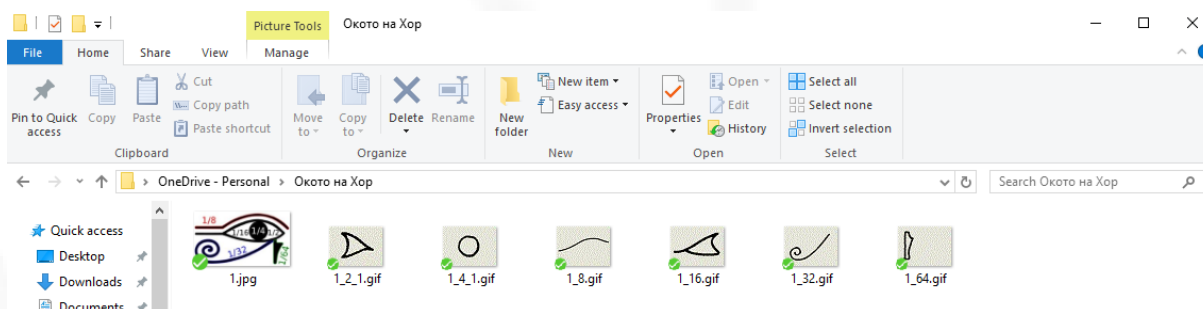
Условие на задачата: Да се създаде приложение съдържащо 6 бутона за избор (checkboxs), всеки от които е свързан с една от частите на окото. При избор на няколко части да намира сумата от дробите и да я превръща в неделима дроб чрез намиране на НОД и съкращаване на числителя и знаменателя, който винаги е 64.

Фиг. 2 Форма на приложението.



При създаване на проекта учениците сами стигат до извода, че трябва да направят папка, в която ще поставят изображенията на различните части и те трябва да се обработят с MS Paint. Тук те си припомнят различни знания получени в часовете по информационни технологии – изрязване, преоразмеряване, записване на картинки в различни файлови формати.

Фиг. 3 Папката с изображенията нужни за приложението.



След създаването на формата и папката, се написва кода на метода, който се извиква при натискането на командния бутон „Пресметни“. Там се проверява кои бутони са „чекнати“ и се добавя съответното число към числителя. След това се намира НОД на числителя с 64 и се съкращава дробта.

Фиг. 4 Листинг на по-важните методи.

```

private void button1_Click(object sender, EventArgs e)
{
    int Chislitel = 0;
    if (C32.Checked) Chislitel = Chislitel + 32;
    if (C16.Checked) Chislitel = Chislitel + 16;
    if (C8.Checked) Chislitel = Chislitel + 8;
    if (C4.Checked) Chislitel = Chislitel + 4;
    if (C2.Checked) Chislitel = Chislitel + 2;
    if (C1.Checked) Chislitel = Chislitel + 1;
    int d = NOD(Chislitel);
    textBox1.Text = (Chislitel/d).ToString()+"/"+(64/d).ToString();
}

private int NOD(int a)
{
    int b = 64;
    while (a!=b)
    {
        if (a > b) a = a - b;
        else b = b - a;
    }
    return a;
}

private void button2_Click(object sender, EventArgs e)
{
    textBox1.Text = "";
}

```

Много често към осми клас учениците са забравили знанията си по математика за действия с обикновени дроби. Тази задача според нас е отличен начин за припомняне на привеждането към общ знаменател, събиране на дроби, намиране на общ знаменател, съкращаване и др.

Освен в часовете, в които се изучава използването на даден език за програмиране, тази задача може да направи връзка и с представянето на естествените числа, в началните часове по информатика:

▷ първият символ - $\frac{1}{2} = \frac{32}{64} - 1$ - ца в разряда 2^5 ;

○ вторият символ - $\frac{1}{4} = \frac{16}{64} - 1$ - ца в разряда 2^4 ;

▬ третият символ - $\frac{1}{8} = \frac{8}{64} - 1$ - ца в разряда 2^3 ;

◁ четвъртият - $\frac{1}{16} = \frac{4}{64} - 1$ - ца в разряда 2^2 ;

↪ петият - $\frac{1}{32} = \frac{2}{64} - 1$ - ца в разряда 2^1 ;

∟ шестият - $\frac{1}{64} = \frac{1}{64} - 1$ - ца в разряда 2^0 ;

Разбира се, ще трябва да добавим символа за нулата там, където липсва единица в двоичния запис на дадено число.

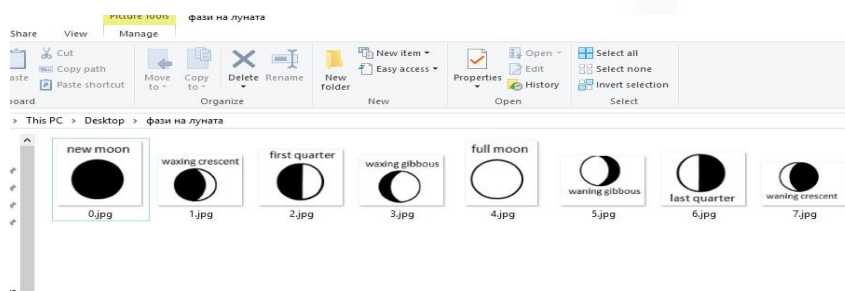
Например $23 = 10111_{(2)}$ изглежда ○ ○ ◁ ↪ ∟

Втора задача: „Фази на Луната“

Като пример за втория вид междупредметна връзка ще разгледаме проект „Фази на Луната“ - задача от физика, която може да се реши с помощта на програмирането.

В реализирания проект се разглеждат 8 фази - 4-те основни (новолуние, I-ва четвърт, пълнолуние, III-та четвърт), както и още 4 допълнителни (междинни). В реализирания проект изображенията на Луната са стилизирани. Освен връзката между информатика и физика, тук учениците създават междупредметни връзки и с теми от информационните технологии – търсене на информация от Интернет, работа с Windows Explorer, работа с графичен редактор и др.

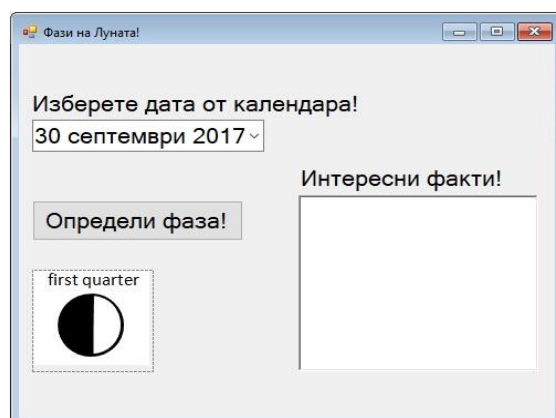
Фиг. 5 Папка с изображения.



Може да се събере допълнителен материал за: пепелява светлина на Луната (по време на новолуние), супер луна - съчетаване на пълнолуние и най-малко разстояние до Земята, синя Луна - второто пълнолуние в рамките на един календарен месец, защо пълно слънчево затъмнение е възможно само по време на новолуние, а пълно лунно затъмнение може да настъпи само по време на пълнолуние, обем на Луната и разстоянието ѝ до Земята.

Потребителят въвежда дата от календара и програмата извежда фазата на Луната за този ден. Една примерна форма на приложението може да изглежда така:

Фиг. 6 Дизайн на основната форма на приложението



В тази задача основното пресмятане е намирането на брой дни между две дати. Едната дата е базова – на 28 януари 2017 г. е имало новолуние. Определяме разликата в дни между тази дата и въведената от потребителя. В зависимост от остатъка при делене

на 29 (дължината на лунния месец) определяме и фазата Луната. Една от трудностите, която трябва да преодолеем заедно с учениците е как да заредим точното изображение, което отговаря на съответната фаза. За целта нашите изображения имат точно подбрани имена – 0.gif, 1.gif, ..., 7.gif. Тъй като 8-те фази са разположени във 29 дни, ще разделим получения по-горе остатък на $(29/8) = 3,625$ и ще закръглим до цяло число. Така ще получим името на файла, който отговаря на нашата фаза.

Fig. 7 Примерно решение:

```
11 namespace Phases_of_Moon
12 {
13     public partial class Form1 : Form
14     {
15         public Form1()
16         {
17             InitializeComponent();
18         }
19
20         private void button1_Click(object sender, EventArgs e)
21         {
22             DateTime d1 = dateTimePicker1.Value;
23             DateTime baza = new DateTime(2017, 1, 28);
24             int days = (d1-baza).Days;
25             int r = days%29;
26             double name = Math.Round((r / (29 / 3.625)));
27             pictureBox1.Image= Image.FromFile("фази на луната/"+name.ToString()+".jpg");
28         }
29     }
30 }
31
32
```

Заклучение

Познавателните мотиви се формират с всички средства в хода на учебния процес. Те имат за цел да подбуждат интерес към знанието и процеса на учене. В степената, в която ученикът участва в решаването на проблеми, търсене на нови пътища за достигане до резултат в него се усъвършенстват и учебно-познавателните мотиви. През последните години се подчертава необходимостта от оптималното съчетаване на различни средства, които позволяват новото знание да се представи на ученика във вид на проблем. С формирането на мотивация за учене се създава положително емоционално отношение към процесът на обучение и по-високо ниво на удовлетвореност от постигнатите резултати.

Чрез представеният дидактически подход се реализира междупредметна интеграция. Целта е провокиране на интерес и повишаване на мотивацията на учениците за изучаване на програмиране. От друга страна чрез предложените задачи се демонстрира практическия смисъл и приложността на знанията и уменията по информатика.

Благодарности:

Авторите изказват благодарност към научни проекти № ФП17-ФМИ-008 и № СП17-ФМИ-011 към НПД на ПУ „Паисий Хилендарски“ за частичното финансиране на настоящата работа.

Литература:

Павлов, П., Т. Терзиева, А. Рахнев. Междупредметна интеграция в обучението по информатика, математика и ИТ, *Годишно, научно-методическо списание „Образование и технологии“*, VOL. 8/2017, ISSUE 1, 102-114.

Пинк, Д. Мотивацията. Изненадващата истина за това, което ни движи напред. Изток-Запад. София: Изток-Запад, 2012, с. 9-16.

Рубинщейн, С. Л. Основы общей психологии. В двух томах, Педагогика, Москва, 1989, с. 80-81.

Brophy, J., Synthesis of Research on Strategies for Motivating Students to Learn. Educational Leadership, v45 n2 p40-48 Oct 1987.

Bruner, J. The Process of Education, Revised Edition, PAPERBACK, Pub: January 1976.

Deci, E. L., R.J. Vallerand, L.C. Pelletier, R.M. Ryan. Motivation and education: The self-determination perspective, Educational Psychologist, 26, 1991, pp. 325-346

Ryan, R., Edward L.Deci. Intrinsic and Extrinsic Motivations: Classic Definitions and New Directions, *Contemporary Educational Psychology, Volume 25, Issue 1*, January 2000, Pages 54-67.

Schunk, D., Barry J. Zimmerman, Motivation and Self-Regulated Learning: Theory, Research, and Applications, Routledge, 2012, 432 p.

Vallerand, R. Toward A Hierarchical Model of Intrinsic and Extrinsic Motivation, *Advances in Experimental Social Psychology, Volume 29*, 1997, Pages 271-360.

Wlodkowski, R. (1984). Motivation and teaching: A practical guide. Washington, DC: National Education Association.

Theories of Motivation

http://innovativelearning.com/educational_psychology/motivation/index.htm

Кореспондиращ автор:

доц. д-р Тодорка Терзиева

Катедра „Софтуерни технологии“, Факултет по математика и информатика
Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“
бул. “България” 236
4003 Пловдив
e-mail: dora@uni-plovdiv.bg

PEDAGOGICAL STRATEGIES FOR INCREASING THE MOTIVATION IN THE TRAINING IN INFORMATICS AND IT

Petyo Pavlov, Todorka Terzieva, Asen Rahnev

Plovdiv University “Paisii Hilendarski”, Faculty of Mathematics and Informatics

Abstract: Changes in the structure of motives in computer science studies over the last few years and the rapidly changing technologies both lead to the necessity of searching for different ways and pedagogical strategies to increase student motivation. The development of the cognitive motivation of the students is influenced by various factors, including the particularities of the various learning subjects. Cognitive motives are formed by different means in the course of the learning process. They aim to stimulate interest in knowledge and the learning process. School education in informatics and IT is characterized by strong interdisciplinary relationships, the methods and tools of informatics spreading in all areas of modern life and are actively used in the process of learning from other subjects. The tasks solved in Informatics and IT classes have a pronounced interdisciplinary character. In this report we present a pedagogical approach to provoking interest and enhancing students' motivation to study computer science through integration with other subjects such as history and physics.

Keywords: *Motivation, strategies, Interdisciplinary teaching, learning methods*

Corresponding author:

Assoc. Prof. Todorka Terzieva, PhD

Department Software technology, Faculty of Mathematics and Informatics

Plovdiv University “Paisii Hilendarski”

236 bul. Bulgaria

4003 Plovdiv, Bulgaria

e-mail: dora@uni-plovdiv.bg

НЯКОИ ВЪЗМОЖНОСТИ ЗА ПРЕПОДАВАНЕ НА СЪЗДАВАНЕ НА ИНТЕРАКТИВЕН ИНТЕРФЕЙС В УЧИЛИЩЕ

Коста Гъров, Детелина Милкотева
ПУ „Паисий Хилендарски“ - гр. Пловдив

Резюме: Настоящата работа е посветена на някои възможности за преподаване на процеса на създаване на интерактивен интерфейс в училище. В резюме са посочени примери на уеб технологии, с които всеки може да избере как да създаде свой интерактивен интерфейс. Изяснява се къде и как да се започне създаването му и как да завърши. Описани са основните възможности на най-популярните CMS системи като един друг подход за създаване на интерактивен интерфейс.

Ключови думи: *интерактивен интерфейс, уеб технологии, интерактивна презентация, интерактивна среда, интерактивни сайтове, интерактивен уеб подход, уеб разработчик.*

През последните няколко години в средните училища в България се формираха паралелки за профилирано обучение по информатика и информационни технологии. В много от тях се преподава създаването на интерактивен интерфейс предимно в системата WWW. Използването на все по-нови технологии в създаването на интерактивен интерфейс и преподаването му в училище, ще допринесе за по-ефективна визия на уеб продуктите създавани от обучаемите. Най-общо интерактивния интерфейс е тази технология, с която се извършва комуникацията между потребителите и компютърните програми. Дизайнерската цел на един интерфейс, е да изясни съдържанието, предложено от съответното компютърно приложение и да го „поднесе“ ефективно на потребителите (Джак Дейвис, Сюзън Мерит, 2001).

Интерактивния интерфейс обикновено има помощен характер за потребителите за да могат да си отговорят на трите фундаментални въпроса при работа в Уеб среда: „Къде се намирам?“, „Къде бях?“, „Къде да отида?“. Вероятно най-важният въпрос при навигацията е „Къде се намирам?“, тъй като без неговия отговор потребителят няма шанс да разбере структурата на сайта. Трябва да има начин за

връщане в предходна страница и директно в заглавната. Наши проучвания за удобството при използване на Уеб сайтове показват, че потребителите не се чувстват комфортно в сайт, който се опитва да използва интерфейс за навигация, коренно различаващ се от най-разпространените. В никакъв случай обаче те не бива да са идентични с други, понеже това ще доведе до отегчаване на потребителите. Например вашето лого, вашия идентификатор, трябва да е на всяка уеб страница. Логото може да е област за връщане назад с един клик върху нея (Джак Дейвис, Сюзън Мерит, 2001).

Пример: Посетете сайта www.su-ohridski.eu. Кликвайки върху логото – отивате директно в главната страница. Препоръчително за тази дейност е да се използва технологията на каскадните стилове CSS. Друга важна дейност при разработване на сайтове е те да бъдат тествани на различни браузъри.

Основен инструмент за привличане и задържане на вниманието на потребителите е използването и „вграждането“ на **интерактивност в web**. Тъй като самата дума **интерактивност** се използва в много различни ситуации и за обозначаване на множество различни неща, е необходимо да определим какво ще се разбира под интерактивност в Уеб дизайна. Най-общо можем да дадем следното определение: **Интерактивна ще бъде наричана тази web страница, която реагира по определен начин на действията на потребителя.** Процесът на създаване на уеб сайт е специфичен и доста различен в зависимост от конкретния проект. Съществено е да представите графично структурата и организацията на сайта, независимо дали са вертикално организирани като дървовидна структура – вертикална или хоризонтална, или представени радиално като главина на колело. Картата на сайта трябва да показва нагледно къде се намира всеки елемент и в каква връзка е с другите компоненти на сайта. Главната цел е да сте сигурни, че съдържанието е последователно и че всички пътища са завършени и ясно маркирани. Метафората, която се използва при дизайна на един **информационен интерактивен интерфейс**, не само оказва влияние върху индивидуалността на проекта, но също така определя какъв ще бъде достъпът до информацията и дали потребителят ще бъде въввлечен в процеса. Информацията не може да бъде оставена просто да се носи по екрана. Тя трябва да се постави в контекст, да се рамкира в прозорци и панели, които са логически и ясно свързани с една основна мрежа. Изображенията, анимацията, видеото, музиката, интерактивните бутони, са основните елементи за истинска **интерактивна презентация**. Трябва да се внимава с визуалното претоварване (с текст, изображения и др.), защото се счита, че *това е тихия убиец на интерактивността*.

Можем да направим следния извод: Сайтът трябва да бъде завладяващ, просвещаващ, развлекателен, образователен, мотивиращ и запомнящ се. Когато проектирате Уеб сайтове, запазвайте последователността на метафорите и навигационните елементи във всяка страница, така че хората да разбират къде се намират. Трябва да помните, че вашите потребители, са както хора, които рядко се включват в мрежата, така и хора с голям опит в работата с Интернет (Джак Дейвис, Сюзън Мерит, 2001).

Да проектираш интерфейс, означава да създаваш настроение и преживяване. Дизайнът включва обмисляне на всички елементи, свързани със структурата на съдържанието, външния вид на интерфейса, начина му на действие, употребата му и посланието, което той предава. Предизвикателство на дизайна е да познавате толкова добре своята публика, че да можете да задържите нейното внимание и да я направите съпричастна. Готовият софтуер има много предимства пред написания по поръчка, но проблемът е, че трябва да разчитате само на вградените от автора възможности. Добре организиранят и визуално привлекателен интерфейс, дава лесен достъп до голямо количество информация, използвайки хипертекст, илюстрации, снимки, анимация, звук, видео, връзки с Интернет, т.е. създава се **интерактивна среда**, която приканва към изследване и чрез изследването – генерира знания. Дизайнерът трябва внимателно да избира съдържанието, за да постигне комуникативен ефект. Необходимо е създаване на усещане за **пространство в интерфейса**, така се трансформира плоската повърхност на екрана в достоверно изглеждащо дълбоко пространство, което привлича хората и предава реализъм на преживяването им. Не трябва да се претрупва зрительно сайта; не трябва да се задръства с ненужна информация. Използвайте сполучливи дизайнерски подходи и стабилни техники за оформление, за да постигнете фокус и движение в страниците. Не по-малко важни са и използваните шрифтове, както и осъвременяването и актуализацията на сайта. Един от реалните критерии за успех на един уеб сайт е повтарящият се трафик от верни потребители. Четири са основните причини потребителите да се връщат на някои уеб-сайтове, а на други – не. Тези четири критерия лежат в основата на добрия уеб дизайн, тъй като това са четирите неща, които потребителите искат най-много да видят. Те могат да бъдат резюмирани накратко чрез акронима HOME (формиран от първите букви на четирите качества):

- ✓ Висококачествено съдържание (High-quality);
- ✓ Често обновяване (Often);

- ✓ Минимално време за изтегляне на ресурси (Minimal);
- ✓ Удобно ползване (Ease).

Актуализирането и рекламирането на сайта е жизнено важно за всеки web проект (Джак Дейвис, Сюзън Мерит, 2001)..

Основни възможности за създаване на интерактивен интерфейс

1. Структуриране на сайта чрез езика HTML

Самия език HTML не създава предпоставки за **интерактивност** защото с негова помощ може да се бъде изградено единствено статично уеб съдържание, което да се ползва подобно на книгите и други печатни материали. Възможността за хипервръзки също не може да се разглежда като интерактивност – това е същностно определена характеристика на Интернет. Най-привлекателния аспект на Уеб са изградените връзки между сходни по съдържание теми посредством хипертекст – един нелинеен метод за организиране на информацията. Когато използвате хипертекст, можете да прескачате на свързани помежду си теми, бързо да намерите търсената информация и да се върнете в изходната си позиция или да продължите към друга тема. Като създател на хипертекст, вие определяте кои думи да превърнете в хипертекстови връзки и къде ще се озоват потребителите, когато изберат дадена връзка. С превръщането на Уеб във всяка по-богата и **интерактивна среда** типовете свързано съдържание постоянно се развиват (Жустин Томс, Венцислав Джамбазов, 2004).

Тук показваме примерна HTML страница разработена от ученици:

```
<HTML>
<HEAD>
<META HTTP-EQUIV="Content-Type" CONTENT="text/html; charset=iso
8859-1">
<META NAME="descripton" CONTENT="EVRI – Bulgarian Engineering
Company">
<META NAME="keywords" CONTENT="EVRI, studies, designs,
construction, production, introduction, trade of technologies, machines and
equipment, drying lines, grinding, pneumatic transport, pneumatic separation and dust
```

elimination of ores, minerals and tail materials, and using the further, products, translation, transport services">

<META NAME="author" CONTENT="ABC Design & Communication, 1999-2000">

<TITLE>EVRY – engineering Company</TITLE>

</HEAD>

<BODY TEXT="#000000" BGCOLOR="#FFFFFF" LINK="#0000FF" VLINK="#800080">

<CENTER><TABLE CELLSPACING=10 COLS=2 WIDTH="500"><TR><TD ALIGN=LEFT VALIGN=TOP>

EVRI

Bulgarian Engineering Company

Studies, designs, construction, production, introduction, trade of technologies, machines and equipment, drying lines, grinding, pneumatic transport, pneumatic separation and dust elimination of ores, minerals and tail materials, products, transport services.

evri-tech.html>Technologies

evri-dd.html>Design Documentation

evri-rw.html>Research Works

evri-m.html>Manufacture

evri-contact.html>Contact us

</TD>

<TD ALIGN=RIGHT VALIGN=TOP></TD>

</TR></TABLE></CENTER>

<CENTER><A

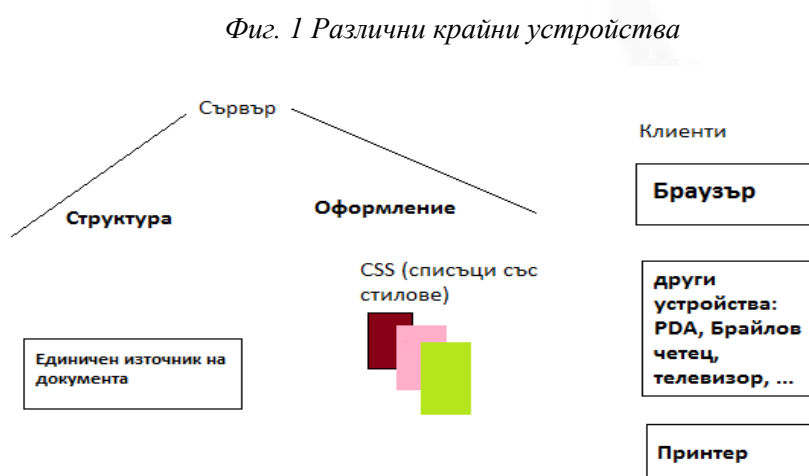
HREF=<http://www.abcbg.com/index.htm>TARGET="abc"></CENTER>

</BODY>

</HTML>

2. Оформление чрез стилове.

Чрез обособяване на списъци със стилове спецификите на оформлението се отделят от самото съдържание. По този начин се обхваща огромното разнообразие от устройства и потребители, които влизат в Уеб. Уеб сървърът може да определи типа на устройството, което се обръща към него, и да предостави съответстващия му списък със стилове. Фигура 1, илюстрира тази концепция:



Да приемем, че искате всички заглавия в уебсайта от типа <h1> да бъдат центрирани и изобразени в зелено. Без CSS ще трябва навсякъде, където се среща елементът <h1>, да добавите следния код:

```
<font color="green"><h1 align="center">Някакво заглавие</h1></font>
```

Използвайки CSS, можете да постигнете същото оформление така: `h1 {color: green; text-align: center;}`

Можете да поставите това правило във външен списък със стилове и да свържете всички страници от сайта си към него. Така едно-единствено правило ще контролира всички елементи <h1> в целия уеб сайт. По-късно, ако решите да смените цвета на <h1> от зелен на червен, е достатъчно просто да промените правилото, за да се отрази това във всички уеб страници на сайта (Сергей Соколов, 2009).

Стиловите правила в CSS определят стиловите характеристики на даден елемент на HTML (Джел Склар, 2010).. Когато се групират тези правила образуват списък със стилове (style sheet). Стиловите правила са лесни за писане и разбиране.

Кодът по-долу показва просто стилово правило за елемента <p>. Стилните правила се съдържат в елемента <style> в разряда <head> на документа. Това правило определя, че текстът на всички елементи – параграфи в документа ще бъдат сини и с размер 24:

```
<head>

<style type="text/css">

P {color: blue; font-size: 24 pt}

</style>

</head>
```

Стилното правило се състои от две части: селектор и декларация: съдържа информация за стила на даден елемент. Селекторът посочва елемента, за който се отнася правилото. CSS предлага множество мощни техники за селекция. Декларацията съдържа точната стойност на свойството. Стойността е състоянието на свойството, например синьо за цвят, 125% за размер на шрифта или 30 px за бяло поле. След стойността се поставя точка и запетая (;). CSS съдържа богат набор от свойства, всяко от които може да приеме определени стойности. Общо взето селекторите и декларациите могат да се комбинират по различни начини. Могат да се комбинират CSS и HTML по **три начина**: чрез атрибута style, чрез елемента <style> и чрез външен списък със стилове.

3. Мултимедия в уеб страница

С използването на мултимедия можем да създадем интерактивно или неинтерактивно съдържание. То може да бъде мултимедия продукт или мултимедийно приложение. Възможности на средствата за реализация са: редактиране и организация, програмиране, добавяне на интеракция, настройка на представянето и възпроизвеждането и разпространение. А средствата са: работещи на базата на карти или страници (Hypercard, Mediator 9), работещи на базата на икони (Authorware, IconAuthor), използващи линия на времето (Adobe Director, Adobe Flash, Adobe Edge Animate), за създаване на уеб страници (Amaya, Microsoft Expression Web4) и за разработка на софтуер.

Тези средства могат да се разделят на такива, които използват някакво кодиране (скриптове, програмиране) или такива, които не използват. Могат също така да бъдат

Flash базирани или html базирани. Например Mediator е средство, които използва икони, с което се създават интерактивни CD-та, презентации, flash проекти, динамични уеб страници без програмиране.

Друго средство е OPUS, което позволява проектиране на приложението след определяне на обектите, действията с тях и страниците (Коста Гъров, 2013).

Съвременните уеб приложения са изпълнени с атрактивни елементи, допълващи визията на уеб сайта. Такъв тип елементи, освен текст и изображения, могат да бъдат и видео, аудио, плъгини, динамичен образ, динамични галерии, анимация, флаш елементи и др. Елементите на Flash са „добрата“ алтернатива на аpletите на Java. Те също представляват елементи, които се вграждат в уеб страниците, но имат предимството да работят много бързо и много качествено. Елементите на Flash на практика нямат възможност да комуникират и да влияят на останалите елементи на уебстраницата – тяхното действие се затваря изцяло в рамките на вградения елемент с изключение на факта, че в тях може да има връзки. Водят се множество спорове „За“ и „Против“ използването на Flash, особено за създаването на цели сайтове само с тази технология. Вярно е, че с Flash се създават много *„живи“ и интерактивни сайтове*, но понякога те стават обемни и тежки за зареждане.

Поради ограниченията на пропускателната способност, използването на видео информация в Web трябва да бъде намалено. Основното предимство на звука е, че той предоставя канал, който е отделен от канала на изображенията. Аудио информацията е подходяща за озвучаване на определени елементи на страницата. Flash позволява, използването както на растерна, така и на векторна графика. Тази технология дава възможност за „меки“ движения с преливане на форми и цветове, възможност да се добави звук, който да се синхронизира с образа, да се следят действията на потребителя и да се реагира спрямо тях (Жустин Томс, Венцислав Джамбазов, 2004).

Плъгин – модулите са допълнителни технологии, които се смесват незабележимо с брауъра, като дават възможността за възпроизвеждане на аудио, видео и като цяло мултимедийни възможности на страницата (Йен Дехаан, 2014).

4. Използване на Java script

С добавянето на JavaScript в HTML кода, статичността може да бъде преодоляна и определени бутони или други елементи да започнат да реагират на движението на мишката. С употребата на Java Script уебстраницата става интерактивна – може да

реагира спрямо действията на потребителя, като по този начин задържа или насочва неговото внимание в определена насока.

Прието е JavaScript да се добавя по два начина към уеб страниците, за които е предназначен:

1. Директно – чрез включването му в HTML – код на страницата.

За целта се използва тагът `<SCRIPT>`, а самото съдържание на скрипта се поставя в таг за коментар, за да не се появява на екрана, ако браузърът не го разпознае като програмен код.

Пример: `<SCRIPT LANGUAGE="JavaScript">`

`<!--`

тук се намира програмния код

`//-->`

`</SCRIPT>`

2. В отделен файл – кодът, записан на JavaScript, е в отделен файл, който се свързва с уеб страницата с помощта на тага `<SCRIPT>` и употребата в него на параметъра SRC.

Пример:

`<SCRIPT LANGUAGE="JavaScript" SRC="code.js"></SCRIPT>`

Все по-често се срещат уеб страници, в които може да се попълни информация в определени за целта полета.

5. Използване на Java аплети

Java аpletите са самосъдържащи се, малки изпълними програми (Дори Смит, 2013). Те са именувани с наставката `class` и могат да се поставят направо в уеб страницата, подобно на графики. Те са сравнително тромави, бавно се стартират и доста често водят до срыв на браузъра. По тази причина тяхното използване не е препоръчително. След като определите нужните части за Вашето **интерактивно уеб приложение**, трябва да ги организирате в едно цяло. Един от често използваните методи за организиране се нарича „един скрипт за всичко“, което означава, че `index.php` обработва всички заявки за различни страници. Друга често срещана организация е „скрипт за всяка функция“.

Аpletите са идеални за уеб разпространение поради следните причини:

- не зависят от платформата;

- те се свалят и изпълняват изцяло на клиента, така че сървърът не се натоварва;
- обикновено файловете на аpletите са доста компактни и бързо се свалят от сървъра;
- не изискват специален патентован plug-in за инсталирането си.

Голям процент от компютърните игри представляват Java аpletи. Аpletите могат да се използват при създаване на:

- Помощни програми – калкулатори, календари, часовници, електронни таблици;
- Текстови ефекти – превъртащи се подвижни текстове, пулсиращ текст, блестящи цветни текстови съобщения;
- Аудио ефекти – дигитални „китари”, радиобутони;
- Игри – Asteroid, Hangman, Minesweeper, кръстословици;

Съществуват два начина за добавяне на аpletи към уеб страница: с инструкцията за форматиране `<object>`, която се препоръчва от HTML 4.01, и с по-добре поддържаната инструкция за форматиране `<applet>`.

6. Използване на системи за управление на съдържанието (CMS) за създаване на интерактивен интерфейс

Системата за управление на уеб съдържанието (CMS) е софтуер, който подпомага потребителите в процеса на управление на съдържанието, а именно неговото създаване, публикуване, редактиране и модифициране. Системите за управление на съдържанието обхващат цялостния жизнен цикъл на уеб страниците на сайта - от осигуряването на прости инструменти за създаване на съдържанието до публикуването му и архивирането му. Те осигуряват и възможността за управление на структурата на уеб сайта, външния вид на публикуваните страници, навигацията, достъп до възможности за търсене и т.н (Гъров, 2013).

В зависимост от функционалността, която предоставят, системите за управление на уеб съдържание биват:

- **системи за управление на корпоративно съдържание (Enterprise content management systems, ECMS)** - Използват се за събиране, управление, съхраняване и доставяне на съдържание (документи), свързано с процесите в организацията;

- **системи за управление на учебно съдържание (Learning Content Management Systems, LCMS)** - Използват се за разработване, управление, поддържане и доставяне на учебно съдържание и мултимедия;
- **системи за управление на компонентно съдържание (Component content management system, CCMS)** - Специализирани в създаването на документи от съставни части. Тези компоненти могат да бъдат използвани в друг документ или в множество документи. Всеки компонент се съхранява само един път в системата за управление на съдържанието и се използва многократно в рамките на един документ или в множество документи. Това гарантира, че съдържанието е в съответствие навсякъде в документацията;
- **системи за управление на уеб съдържание (Web content management systems, WCMS, Web CMS или WCM система)** – Системи, подпомагащи поддържането, контрола и промените в съдържанието на уеб сайт.

Фиг. 2 Компоненти на функционалността на системата за управление на съдържанието



Системите за управление на съдържанието отделят графичния дизайн от самото съдържание чрез използване на т.н. “тема”. Тя контролира графичните елементи, шрифт и стилове за навигация. Темата може да се избере предварително, да се добави готова допълнително или да се разработи персонализирана такава.

Системите за управление на съдържанието с отворен код са предназначени да бъдат модулни. При изтеглянето и инсталирането на системата тя получава набор от функции, които група от разработчици е решила, че трябва да е базово ниво на функционалност, наричано “ядро” на системата. Това ядро може да бъде надградено чрез т.н. add-on модули, които осигуряват допълнителна функционалност на системата.

Едни от най-популярните системи за управление на съдържанието са WordPress, Joomla, Drupal и Plone. Сравнителната таблица на характеристиките на тези четири системи би могла да ви помогне при избора за работа с тях (Гъров, 2013):

Таблица 1. Сравнителна таблица на WordPress, Joomla, Drupal и Plone
 + Задоволителна, ++ Много добра, +++ Отлична

Характеристика	WordPress	Joomla	Drupal	Plone
Лесна инсталация	+++	+++	+++	+
Лекота при създаване на елементарен сайт	+++	++	+	+
Лекота при създаване на сложен сайт	+++	+++	++	++
Лесна употреба от администратора на съдържание	+++	++	++	+++
Графична гъвкавост	+++	+++	+++	+++
Достъпност и оптимизация за търсачки	++	++	+	+++
Структурна гъвкавост	++	++	+++	+++
Сигурност	+	++	++	+++

- **WordPress** е чудесен избор за сравнително малки, елементарно подредени уеб сайтове. Това е най-лесната система за инсталиране и разучаване, лесно се поддържа и актуализира. Има много предварително зададени графични теми на разположение, адаптирането им към специфични нужди може да бъде много лесно, ако темата позволява да се избере свой собствен цвят и добавяне на собствено лого.

Системата притежава ограничена поддръжка за разграничаване на потребителските роли.

- **Joomla** е система за управление на съдържанието, която е относително лесна за инсталиране и настройка. Допълнителните модули на системата поддържат широко разнообразие от функционалности – от директории до колички за пазаруване и функции за общуване, осигурявайки солидна основа за много различни видове сайтове.

Има ограничение до една категория на статия, което може да доведе до необходимостта от дублиране, ако е необходимо да бъде включена в повече от един раздел на сайта.

- **Drupal** е гъвкава и мощна система и е чудесен избор за по-сложни уеб сайтове. Тя поддържа голямо разнообразие от структури за сайта. Има особено силна поддръжка за Web 2.0 и функции за общуване, включително съдържание, добавяно от потребителя. Административните екрани за конфигуриране на сайта имат огромен брой опции и настройки, което ги прави по-трудни за разбиране. Drupal не е особено силна при контрола на работния поток и не може да бъде най-добрият избор за организации, които искат да разполагат с много хора с различни роли за собствеността върху съдържанието.

- **Plone** е мощна и стабилна система за управление на съдържанието, която е подходяща за организации с много комплексни нужди. Тя се използва от главните печатни издания и големите фирми. Системата предлага висока степен на гъвкавост и контрол и поддържа почти безкрайно сложни работни потоци. Инструментите на администраторите на съдържанието са с дружелюбен интерфейс и е лесно за нетехнически администратори да актуализират основния текст, изображения и странични площи. Да се изучава Plone за изграждането на един уебсайт не е удачно. По-подходящо е да се наеме консултант, който вече е запознат с нея и има познания за работа с езика Python (Коста Гъров, 2013).

ЛИТЕРАТУРА:

Коста Гъров, Ангел Ангелов, Уеб дизайн; изд. „Изкуства“ София 2013,

ISBN 978-954-9463-86-6;

Коста Гъров Мултимедия; издателство „Изкуства“ София 2013,

ISBN 978-954-9463-87-3;

Жустин Томс, Венцислав Джамбазов Основи на WEB дизайна, изд. Сиела-Софт ЕНД Паблишинг София 2004; ISBN 954-649-694-4;

Джак Дейвис, Сюън Мерит WEB DESIGN – Над 600 цветни примера за вдъхновяващи интерфейс решения; изд. „Тракия-М“ София 2001, ISBN 954-9574-69-5;

Джел Склар Принципи на уебдизайна– трето издание; изд. Дуо Дизайн,

ISBN 978-954-8396-34-9;

Дори Смит Java за World Wide Web; изд. Peachpit Press, ISBN 0-201-35340-7; **Сергей Соколов** CSS 3 в примери, изд. Асеновци 2009; ISBN 978-954-8898-13-3;
Йен Дехаан Macromedia FLASH MX 2004 – официален учебен курс; изд. СофтПрес ООД 2004, ISBN 954-685-296-1;

Благодарности: Авторите изказват благодарност към научен проект **ФП17-ФМИ-008** „Иновационни софтуерни инструменти и технологии с приложения в научни изследвания по математика, информатика и педагогика на обучението“ към Фонд „НИ“ на ПУ „Паисий Хилендарски“, за частичното финансиране на настоящата работа

Проф. Коста Гъров, тел.: 0887 15 21 17; kosgar@uni-plovdiv.bg

Докторант: Детелина Милкотева, тел. 0887 11 45 58; detelina_milkoteva@abv.bg

SOME POSSIBILITIES FOR TEACHING ESTABLISHING AN INTERACTIVE INTERFACE IN SCHOOL

Kosta Garov, Detelina Milkoteva
University of Plovdiv "Paisii Hilendarski"

Summary: The present work is devoted to some opportunities to teach the process of creating an interactive interface in school. Summarized examples of web technologies with which anyone can choose how to create their own interactive interface. It clarifies where and how to begin its creation and how to finish. Described are the main features of the most popular CMS systems as another approach to creating an interactive interface.

Keywords: *interactive interface, web technologies, interactive presentation, interactive environment, interactive sites, interactive web approach, web developer.*

Prof. Kosta Garov, tel .: 0888 715217; kosgar@uni-plovdiv.bg

Detelina Milkoteva, tel.:0877 11 45 58; detelina_milkoteva@abv.bg

ЗА ЗАДАЧИТЕ В ОБУЧЕНИЕТО ПО КОМПЮТЪРНО МОДЕЛИРАНЕ ЧРЕЗ СИСТЕМАТА SCRATCH

Коста Гъров, Красимира Младенова

ПУ „Паисий Хилендарски“, ОУ „Димитър Димов“ – гр. Пловдив

Резюме: Масовото навлизане на информационните и комуникационни технологии в практиката поставя пред образователните системи на редица държави проблема за формиране на компютърна грамотност на учениците. Днес се счита, че част от компютърната грамотност на учащите са знанията и уменията в областта на компютърното програмиране. В началото на 21 век в повечето европейски страни компютърното програмиране се интегрира в прогимназиалният етап на обучение, а някои го въвеждат още в начален етап, т.е. за 10-11 годишни деца. Новият Закон за училищно образование в България определя изучаването на елементи на компютърно програмиране да става в началната училищна степен в учебната дисциплина „Компютърно моделиране“ в задължителната подготовка на учениците. Счита се, че за 10-11 годишни деца теоретично обучение основано на лекционен принцип е неприемливо, а обучението трябва да бъде базирано основно на решаване на учебни задачи. Настоящата работа е посветена на задачите в обучението по компютърно програмиране. В нея се предлагат решения на примерни задачи свързани с учебното съдържание по „Компютърно моделиране“, реализирани в средата за блоково програмиране Scratch.

Ключови думи: *задачи, компютърно програмиране, компютърно моделиране, обучение, начално училище, методика на преподаване, блоково програмиране, Scratch.*

Обучението по компютърно програмиране, включено в учебната дисциплина „Компютърно моделиране“ 3. и 4. клас, има въвеждащ характер и е насочено към овладяване на базови знания, умения и отношения в програмирането. То се осъществява на основата на съвременни дигитални устройства и подходящо за възрастта на учениците програмно осигуряване, които създават условия за положителна емоционална нагласа и цялостно развитие на детската личност. Приоритетът на обучението не е да се научат

учениците да **кодират алгоритми** на конкретен език на програмиране, а да се приучат на навици за решаване на задачи в програмна среда, по аналогия с ученето да се решават математически задачи. Обучението ще спомогне за развиване на критическо мислене – и по-конкретно развитие на „**computational thinking**“, необходимо за разбирането на един проблем, както и умението да се раздели даден проблем на по-малки части, които са по-лесно решими и т.н. Съгласно учебните програми публикувани на сайта на МОН (Министерство на образованието и науката, 2017) ще се изучават базови концепции, които са необходими и за обучението по математика и други учебни дисциплини от учебната програма- какво е алгоритъм, как се представят данните, различни подходи за анализ на практически ситуации и др.

Съдържанието на учебните задачи по компютърно моделиране е ориентирано към темите от учебната програма: Конструирание на последователни действия, Конструирание на повтарящи се действия, Работа с текст и звук във визуална среда, Анимирание на обекти във визуална среда, Конструирание на разклонени алгоритми, Управление на програмируеми устройства, Създаване на образователни игри.

Ще отбележим, че има сравнително малък брой печатни пособия на български език за обучение по компютърно моделиране. Тук ще посочим две от тях, които се използват в учебната практика – (Момчева, Дженкова, 2011) и (Дикинс, Мелмът, Стоуел, 2017). Появяват се и методически разработки посветени на обучението по компютърно моделиране (Табакова, Глушкова, 2015) и (Гъров, Анева, Тодорова, 2016).

Тук ще разгледаме някои задачи от темите, заложи в учебните програми за 3. и 4. клас по учебната дисциплина Компютърно моделиране. Ще спрем вниманието си към основните блок-команди, които всеки ученик от началното училище трябва да познава, а именно командите за движение и за извършване на повтарящи се действия.

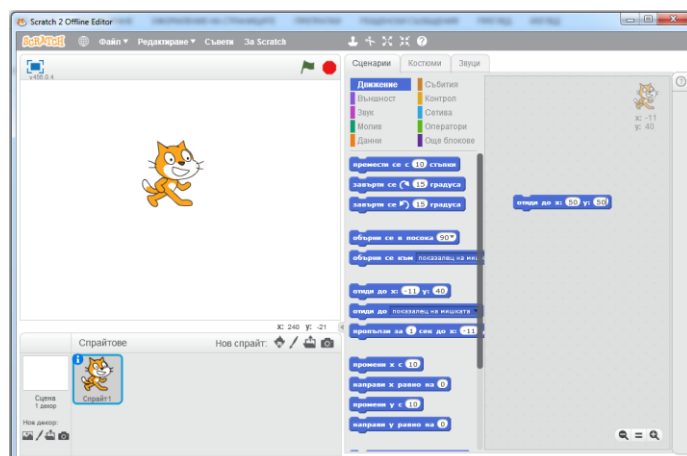
Несъмнено изучаването и изграждането на подобни проекти още в началното училище ще спомогне за развиване на аналитичното и творческо мислене на учениците.

Да разгледаме следните практически задачи, подходящи за учениците от 3. клас :

Задача 1. Постави спрайта на позиция $x = 50$ и $y = 50$, като използваш блокова команда от група *Движение* на раздел *Сценарии*.

Решение:

Първоначално влизаме в посочената група от команди. Намираме блоковата команда **отиди до x :... y :...** и в белите (текстови) клетки вписваме посочените в условието стойности (виж фиг. 1).



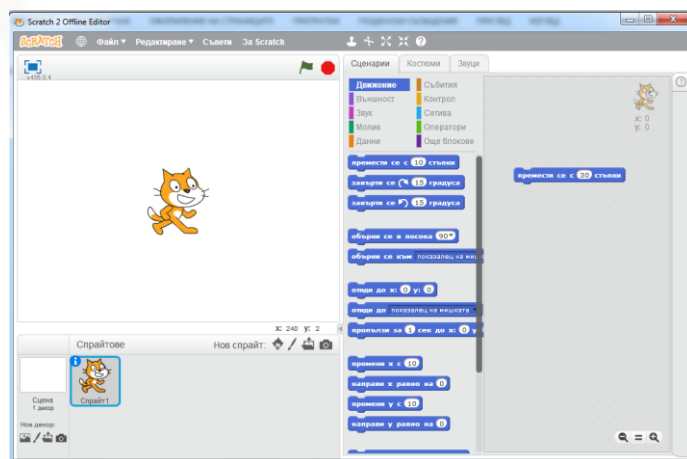
фиг. 1

Тъй като не сме добавили блок-команда за начало, за да изпълним блока е достатъчно да кликнем двукратно върху него. Резултатът от изпълнението на задачата е само промяна в позицията (координатите) на спрайта.

Задача 2. Премести героя с 30 стъпки надясно.

Решение:

Изпълнението на задачата е подобно на предходната, като разликата е само в използвания блок. Тук ще използваме същата група *Движение* и блок **премести се с ... стъпки**. Влячим блока до областта на скрипта и в текстовото поле записваме посочената в условието стойност (виж фиг. 2).



фиг. 2

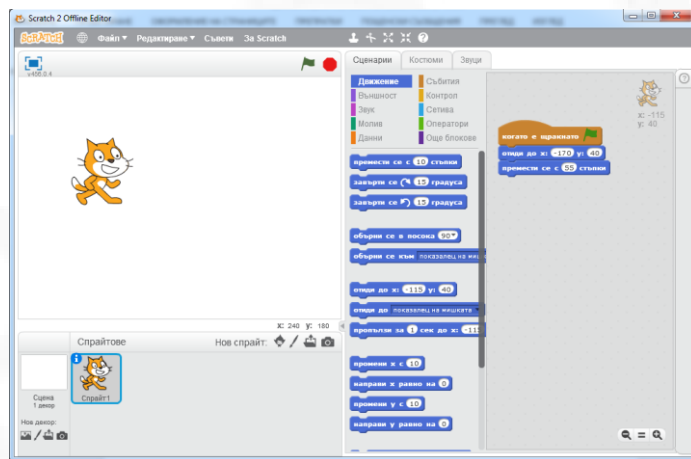
Отново не сме използвали блок за начало, и за да покажем реализацията на този блок кликваме двукратно върху него. Резултатът от изпълнението на задачата е преместване на спрайта с 30 стъпки надясно, тъй като е въведено положително число. Ако в условието на задачата беше зададено отрицателно число, спрайта щеше да се премести наляво с посочения брой стъпки. Но трябва да се има в предвид, че учениците

от трети и четвърти клас не познават отрицателните числа и трябва внимателно да се обясни това понятие.

Задача 3. Създайте програма, която променя позицията на спрайта по следния начин $x = -170$ и $y = 40$, след което спрайта се премества с 55 стъпки.

Решение:

Този път при решаването на задачата ще използваме блока за начало. Влизаме в раздел *Сценарии*, група *Събития* и влачим блока за начало до областта на скриптовите. След което влизаме в група *Движение* и избираме познатите ни от предишните две задачи блокове, като само променяме стойностите в текстовите полета, така че да съвпадат със зададените в условието стойности (виж фиг. 3).



Фиг. 3

Тъй като сме използвали блок за начало този път ще натиснем зеления флаг за старт на програмата. В резултат спрайта променя своята позиция по координати и се прехвърля с 55 стъпки надясно.

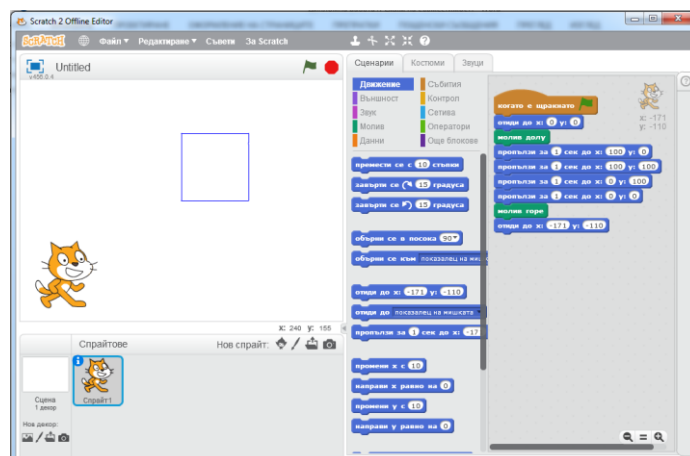
Освен едновременно да се сменят координатите x и y , могат да се променят и самостоятелно чрез блоковете **промени x с ...**, **направи x равно на ...**, **промени y с ...** и **направи y равно на**

Да разгледаме и следните задачи, подходящи за учениците от 4. клас:

Задача 4. Съставете програма, чрез която спрайта изчертава квадрат.

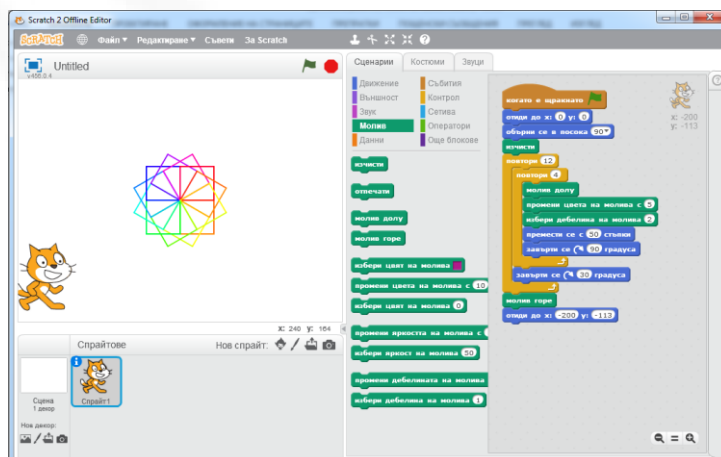
Решение:

За нагледност ще реализираме програмата, така че първоначално спрайта застава в страни от сцената, след което изчертава искания в задачата квадрат и се връща в първоначална позиция, зададена по координати.



В задачата освен команди от група *Движение* са използвани и две команди от група *Молив*, така че да може да се изчертае геометричната фигура квадрат. Задачата може да се модифицира, като на учениците се зададе да бъде изчертана друга позната геометрична фигура.

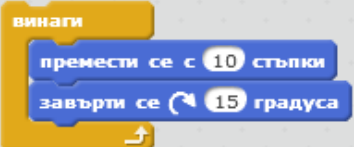
Тази задача би се получила още по-интересна за учениците, ако се добавят блоковете за въртене и обръщане на героя. Така например на фиг. 5 сме реализирали задача, при която спрайта изчертава последователно четири квадрата, като всеки следващ е завъртян под ъгъл 30° , а чрез команда „*промени цвета на молива с ...*“ се постига цветовия ефект, показан на фигурата.



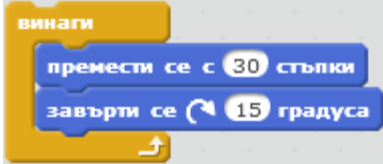
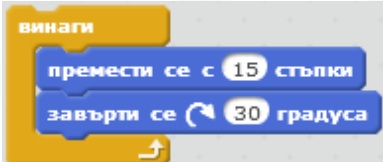
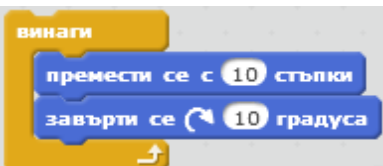
Един подход при въвеждане на нови понятия по учебната дисциплина Компютърно моделиране е да така да формулираме задачите, че учениците сами да разкрият тези понятия.

Можем да реализираме този подход като зададем таблично задачите, така че учениците да конструират дадения команден блок сами и да запишат резултата от изпълнението. Разглеждаме следните следните примерни задачи.

Задача 5. Създай нов проект и приложи на героя двата командни блока, които виждаш в таблицата. Щраквай върху тях, наблюдавай промените в действието на героя и ги запиши в таблицата. (Момчева, Дженкова, 2011)

Команден блок	Действията на героя
	Героя се движи
	Героя се движи

Задача 6. Създай нов проект и приложи на героя командните блокове от таблицата. Щраквай върху тях, наблюдавай и сравнявай с предишното движение на героя. Запиши в таблицата промените.

Команден блок	Действията на героя
	Героя се движи норазмер.
	Героя се движи норазмер.
	Героя се движи норазмер.

Първата задача е подходяща за учениците от 3. клас, а втората за учениците от 4. клас. Чрез съставянето и изпълнението на така показаните блокове учениците сами ще разкрият новите понятия и ще съумеят да разберат по какъв начин да използват новите командни блокове.

Едно от големите предизвикателства на всеки учител е да успее да задържи вниманието на учениците в своите часове. Несъмнено въвеждането на учебната

дисциплина „Компютърно моделиране“ още в началното училище ще предизвика интерес у „малките“ ученици към изучаване на информационните технологии.

Обръщаме внимание на факта че предлаганата среда за блоково програмиране Scratch е за учениците от началното училище. Това не значи, че тя не е подходяща за по-големите ученици. Напротив, с множеството функционалности, които тя предлага, както и със знанията на по-големите ученици, могат да бъдат създадени различни проекти от учениците от прогимназиален и гимназиален етап.

Библиография:

Табакова, В., Глушкова, Т. Блоково програмиране за малки и големи. // В: *Образование и технологии*, 2015, бр. 6

Гъров К., Анева Ст., Тодорова Ел. Някои методически аспекти на обучението по програмиране в началното училище. // В: *Образование и технологии*, 2016, бр. 7

Момчева Г., Дженкова З., Момчева Т., Scratch програмиране за всички, София, 2011

Дикинс Р., Мелмът Дж., Стоуел Л., Scratch. Програмиране за деца, София, 2017

<<http://www.mon.bg>>, последно посетен на 15.08.2017 г.

Благодарности: Авторите изказват благодарност към научен проект ФП17-ФМИ-008 „Иновационни софтуерни инструменти и технологии с приложения в научни изследвания по математика, информатика и педагогика на обучението“ към Фонд „НИ“ на ПУ „Паисий Хилендарски“, за частичното финансиране на настоящата работа.

проф. д-р Коста Гъров, 0888 715217, kosgar@uni-plovdiv.bg.

ABOUT TASKS IN TRAINING BY COMPUTER MODELING THROUGH THE SCRATCH SYSTEM

Kosta Garov, Krassimira Mladenova

University of Plovdiv "Paisii Hilendarski", Primary school "Dimitar Dimov" – Plovdiv

Abstract: The massive penetration of information and communication technologies into practice puts in the education systems of a number of countries a problem for the formation of computer literacy of the students. Today, it is considered that part of the computer literacy of the learners is the knowledge and skills in the field of computer programming. At the beginning of the 21st century, in most European countries, computer programming integrates into the lower-secondary phase of learning, and some have been introduced at an early stage, for 10-11 year olds. The new Law on School Education in Bulgaria determines the study of elements of computer programming to be carried out in primary school education in the subject "Computer Modeling" in the obligatory preparation of the students. It is considered that for 10-11 year olds, a theoretical lecture-based training is unacceptable, and training should be primarily based on the solving of learning tasks. The present work is devoted to the tasks in computer programming training. It offers solutions to exemplary tasks related to the Computer Modeling curriculum developed in the Scratch block-programming environment.

Keywords: *tasks, computer programming, computer modeling, training, elementary school, teaching methodology, block programming, scratch.*

Prof. Kosta Gurov, 0888 715217, kosgar@uni-plovdiv.bg.

ПРИЛОЖЕНИЕ НА ГРУПОВАТА И ЕКИПНА РАБОТА В ОБУЧЕНИЕТО ПО ИНФОРМАТИКА ЧРЕЗ МЕТОДА НА РОЛЕВИТЕ ИГРИ

Коста Гъров, Ивелина Велчева

ПУ “Паисий Хилендарски“

Резюме: Настоящата работа е посветена на описанието на един алтернативен интерактивен подход за обучение на учениците по информатика в училище, който може да се прилага при решаването на голяма част от задачите по учебната дисциплина и да замени традиционния подход на преподаване. Целта е знанията и уменията, които са получени в училище да имат по-голяма ефективност и учениците да могат да ги прилагат в реални ситуации от практиката. Показано е приложението на методическия подход свързан с груповата и екипна работа на учениците като конкретният метод е т.н. ролеват игра. Описани са понятията група и екип, посочени са най-важните им характеристики, и е обърнато специално внимание на метода на ролевите игри. Като пример е разгледана задача от учебната дисциплина Информатика за 9.-10. клас като е предложен примерен вариант за решаване чрез избрания от нас иновативен подход.

Ключови думи: *групова и екипна работа, ефективност на обучение, метод на ролеви игри, приложение на ролеви игри в информатиката.*

Въведение

В обучението по информатика в училище груповата и екипната работа имат широко приложение и могат да бъдат използвани като алтернативен метод за решаването на голяма част от заданията. Желанието ни за по-задълбоченото внедряване на този интерактивен подход в българските училища е с цел учениците да могат да излязат от обичайната рамка на образователната ни система - да станат активната страна в учебно-възпитателния процес, да могат да изразяват свободно своите идеи и мнение и да се научат да взимат адекватни решения. Този подход включва в себе си социализиращи функции, диалогов вид комуникация, динамичност, изобретателност и най-вече по-висока ефективност при усвояването на учебното съдържание. Благодарение на вече изградените и утвърдени качества, учениците много по-лесно ще могат да се справят със

ситуации от реалния живот. Има различни интерактивни методи за приложението на груповата и екипна работа в обучението по информатика, като конкретно избрания от нас е методът на ролевите игри.

Изложение

Груповото обучение в педагогическата теория и практика се среща в началото на миналия век, в началните етапи на развитие на т.н. реформаторската педагогика (Бижков, 1994). Реформаторската педагогика защитава тезата за поставянето на самостоятелността и свободата на обучаемия на предна позиция без да му се налагат безусловно изискванията на обществото или правила, свързани с религията. В съвременното обучение терминът се свързва с идеята за кооперативно учене и представлява фиксирано във времето съвместно занимание на група ученици, които имат за цел да се намери единодушно решение на задача или проблем. За да сме наясно с подхода за групова и екипна работа, първо трябва да знаем какво е група и екип и има ли някаква разлика между тях. Според Дж. Катценбах и Д. Смит групата е „най-обикновена структурна единица, в която няма никаква значима потребност от подобряване на работата. Хората тук просто си разменят информация, опит, споделят някои идеи за перспективи и вземат решения.. Липсва каквато и да е екипна цел, отговорност, взаимност и т.н.”(Христова, Христов, 2006). Според Т. Христова, Т. Христов и С. Христов екипът пък е „малка група от хора, която възниква по специален повод, нейните участници са еднакво силно съпричастни към постигането на обща цел и работят заедно в постоянна взаимна зависимост помежду си, за да изпълнят целта“ (Katzenbach, Smith, 1993). Изводът, който можем да направим от определенията е че всеки екип поначало е група, но не всяка група може да се превърне в екип, пък и не винаги е необходимо. Изграждането на групата в една общност и превръщането ѝ до работещ екип изисква време, търпение и внимание. Учителят е отговорното лице, което трябва да прецени кога в обучението е по-удачно да се прилага групова работа, и кога екипна. Той трябва да познава и зачита възможностите на всеки ученик - какви качества притежава и кой е най-подходящия начин да ги доразвие.

Няколко са основните характеристики, които описват груповата и екипна работа. Това са: етапите на развитие на групата и екипа, броят на участниците в тях и ролите, които могат да заемат участващите. Има редица проучвания и изследвания, но ние ще представим само част от тях, които са смятани за най-популярни. Според класическия модел на д-р Брус Тъкман, публикуван през 1965 година, етапите за формирането на група са четири: forming – фаза на формирането; storming – фаза на вътрешно-груповия

конфликт; norming – фаза на нормите и ролите и performing – фаза на интеграцията и продуктивността (Tuckman, 1965). През 1977 година Мери Ан Йенсен, със съдействието на Тъкман, допълва модела с още един: adjourning – фаза на приключването или преориентирането (Tuckman, Jensen, 1977). Всеки един етап е важен и притежава характеристики, които го отличават от останалите. Не е задължително групата да премине успешно през всичките или да се превърне задължително в екип както вече споменахме. Цялото развитие зависи от съвместимостта на участниците, начина им на работа и ефективността при изпълнението на поставените задачи. Спорни са тезите и за броят на участниците в групата или екипа, но главното от което зависи е спецификата на задачата и целите ѝ. Различната големина на групата или екипа влияе върху ефективността на отделни дейности като разрешаване на проблеми, продуктивност на отделната личност или групова такава, бързина и гъвкавост, както и вид на взаимоотношенията. Може да се обобщи, че оптималният размер за ефективни постижения е между 5 и 7 човека, но за повече знания, умения и по-голям професионализъм е добре да има повече участници. Ако пък размерът надхвърля 10 – 12 човека групата може да се разпадне на подгрупи и да има по-малка ефективност, а ако е прекалено голяма може и да има затруднения в комуникацията между участниците (Ефективният мениджър, Книга 3, 1994). Според Вяра Гюрова и Ваня Божилова „размерът на екипа е своеобразен компромис между предимствата и недостатъците“ (Гюрова, Божилова, 2006, [4 източник]). Всеки от участниците може да заема определена роля и ако се налага, в зависимост от големината на групата или екипа, един човек може да заема повече от една роля. Концепцията за ролите се свързва с различни имена на учени, но в основата стои името на д-р Реймънд Мередит Белбин. Той разделя ролите на две групи: функционални (свързани с изпълнението на определени задачи от всеки член на екипа, гледат се знания, умения и опит за изпълнение на конкретната дейност) и колективни (роля, определяща приноса на човек към екипната работа и взаимоотношенията му с останалите участници, гледат се личните качества на човек). Благодарение на редица изследвания той обособява няколко типични поведения (роли) в екипа, като последната модификация е на Рос Джей, но с подкрепата на самия Белбин (Джей, 2001; Belbin Team-Roles). Поведенията са девет на брой и са наименувани както следва: откривател (plant), координатор (Co-ordinator), контролиращ-оценяващ (monitor evaluator), изпълнител (implementer), довършител (completer finisher), изследовател на ресурси (resource investigator), оформител (shaper), съекипник (teamworker), специалист (specialist). Те могат да бъдат групирани в три групи спрямо

това към какво са ориентирани: роли, ориентирани към действието (да създават конкретни практически неща) – оформител, изпълнител и довършител; роли, ориентирани към хората (да се свързват с други хора) – координатор, съекипник и изследовател на ресурси и интелектуални роли (да използват мисловните си способности) – откривател, контролиращ-оценяващ и специалист. Характеристиките на всяка от ролите, положителните им черти както и потенциалните им слабости са различни и според Рос Джей „щом веднъж сте определили екипната роля на всички членове на вашия колектив и сте ги накарали да изпълняват най-подходящите функции, вие сте поставили фундаментите, върху които да изградите вашия страхотен екип“ (Джей, 2001).

След като уточнихме какво е група и екип и какви са техните най-важни характеристики, ще представим по-подробно, избраният от нас метод за приложението на груповата и екипна работа в обучението по информатика в училище – ролевите игри.

Ролевата игра е ключов интерактивен метод, който намира широко приложение за изучаване на проблемни ситуации, които се доближават максимално до реалната действителност. От нея се очаква да представи какво би се случило, ако зададените условия, които са под формата на експеримент, се окажат реални. Използва се, за да подготви учениците за успешно изпълнение на различни социални роли като изисква от тях да бъдат „някой друг“. Тя е „чудесен начин учениците да изразят в малка група собственото си отношение към даден проблем с учебна цел“ (Гюрова, Божилова, 2006, [5 източник]). В основата ѝ стои разбирането на социалните роли, които представят различните форми на поведение. Чрез тях участниците успяват да се социализират, защото е необходимо да се запознаят с конкретна форма на поведение, която се изисква от тях и да я реализират. Изпълнението на роли от страна на учениците не се състои само в проучване на документи и тяхното научаване. Информацията е необходима, но внимание се обръща на изпълнението и импровизирането на ролите. Участникът трябва да приеме нова идентичност, за да може да се постави на мястото на другия. По този начин може да се развият способности за по-добро разбиране по отношение на другите хора, за съпреживяване, за по-задълбочено обмисляне на ситуациите преди да се изказва мнение. Също така се стимулира изразяването на скритите чувства, обсъждането на неловки проблеми, формиране на умения за адекватно поведение в определени ситуации и преодоляване на бариерата с различията между теорията и практиката в обучението в училище.

Всяка ролева игра има елементите ролева ситуация, място на действието и действащи лица (реални или въображаеми), влизащи в определени роли. Ролевите игри са три основни вида – симулационна (действието се проиграва по въображаем сюжет или реална ситуация и цели да се симулират характеристиките на възможна ситуация, която изисква проява на адекватно поведение), ситуационна игра (цели да се симулира решението на трудна ситуация, провокираща напрежение и конфликт и дава възможност на учениците да използват някои аспекти от реалния живот в образователната среда) и игра-драматизация (възпроизвежда определен сценарий под формата на монолог, диалог, пантомима и цели на базата на емоционално включване учениците да осмислят реални проблеми) (Гюрова, Божилова, 2006, [5 източник]). Според И. Иванов при използването на интерактивните методи, в които е включена и ролевата игра, “цел на обучението е не само да се предаде информация, но също и да се преобразуват учениците от пасивни получатели на чужди знания в активни конструктори на тяхното собствено и чуждото знание“ (Иванов, 2005).

Ролевите игри преминават през няколко основни методически етапа, за да могат да бъдат успешно реализирани. Етапите засягат активност както от страна на учителя (да определи какво се изисква от учениците), така и от страна на учениците (да изпълнят това, което се изисква) и са следните:

- Определяне на темата на ролевата игра – учителят определя избраната от него тема или пък предварително съгласуваната с учениците (по тяхно желание, ако имат интерес в определена област);
- Обмисляне и структуриране на „сценария“, което включва уточняване на следното - даване на кратки, точни и ясно формулирани задания; определяне на правила, които трябва да са опростени; необходимост от активност от страна на всеки ученик; подготвяне на необходими материали; провеждане на играта в рамките на часа или пък разделено в рамките на няколко поредни часа; обявяване на резултатите на момента след представянето; уточняване дали ще има „поощрения или глоби“ в зависимост от начина на изпълнението на ролевата игра;
- Определяне на ролите, които ще изпълняват участниците в играта – има два варианта за изиграване на ролите: стриктно изпълнение на зададената роля (поведението на играещия да съвпада с предписанията за ролята) или реализация на поведението съобразно появилата се ситуация (определя се само идейната рамка на ролята, но играещия може да действа и разсъждава по свой собствен начин) (Иванов, 2005);

- Реализация на играта – учениците изиграват ролите си спрямо определените изисквания като има възможност да сменят ролите си, ако има достатъчно време;
- Анализиране на резултатите – учителят провежда дискусия, в която определя връзката между игровата и реалната ситуация, извежда поуката, изказва мнението си относно постиженията на всяка от групите (екипите) и изисква от учениците и тяхната гледна точка, обявява постигнатите резултати.

Въпреки подготовката на учителите и учениците, има някои често срещани методически грешки, които трябва да се избягват. Това са:

- Липса на информация относно инструкциите за ролите – може да са непълни, неясни, неточни и да затрудняват учениците да ги изпълнят по подходящ начин;
- Липса на достатъчно материали за успешно провеждане на играта;
- Неопределяне на времето за изпълнение на играта и смесване на двете ситуации – игрова с реална;
- Наличие на чести прекъсвания от страна на слушателите с необмислени забележки и коментари, от които няма необходимост;
- Непълен и неточен коментар в края на играта относно начина на представянето на участниците и други.

След като теоритично вече е ясно какво представлява ролевата игра и как протичат основните ѝ методически етапи, е време да представим и конкретен пример чрез който ще покажем нагледно как метода се прилага в обучението по информатика. Задачата, която сме избрали е от учебната помагало „Информатика“ за 9-10. клас, задължителна подготовка на издателство „Изкуства“ (Манев, Петров, 2012) и е свързана с познания за едномерни масиви и алгоритми за обработката им. Умишлено условието на задачата е променено и разширено, за да може да се съчетае с идеята за ролевата игра и да обхваща по-голям обем от изучаваното учебно съдържание. Ето и стъпките по разработването и изпълнението на задачата чрез подхода за ролевата игра:

- Задаване на тема:

Учителят разделя класа на няколко екипа от по 5-6 ученика като преценява как да ги групира спрямо уменията и познанията им (могат да се прилагат различни тактики – няколко по-изявени и любознателни ученици, и няколко, които не са с толкова силен успех). Всеки екип ще трябва да представлява отделна фирма, която да направи програмен продукт, заедно с ръководство за употребата му и да го представи на клиентите така че да ги впечатли достатъчно, че да закупят техния продукт;

- Определяне на сценарий:

Учителят раздава на всеки екип (фирма) условието на задачата на хартиен носител. Условието на избраната от нас задача е следното:

Дадена е редица от n цели числа. Напишете конзолно приложение чрез програмен език, което да намира и извежда на конзолата най-голямото от зададените числа. Създайте и опишете алгоритми за решаване на задачата словесно и чрез блок-схема.

Учителят дава кратки уточнения към условието: Всеки екип трябва да измисли подходящо име и лого на фирмата си. Трябва да създаде програмен продукт в случая конзолно приложение на програмен език C#, да напише ръководство за употребата му (в случая словесен алгоритъм и алгоритъм чрез блок-схема, които ще „играят ролята“ на изискваното ръководство) и да създаде Power Point презентация в която да фигурират име и лого на фирмата и която да представя накратко продукта. По един човек от всеки екип накрая трябва да представи какво е създадала фирмата му пред клиента (в случая учителят ще „играе ролята“ на клиент).

Учителят уточнява правилата за работа: Провеждането на играта ще бъде в рамките на два учебни часа: в първият учениците ще изпълнят изисканите от тях условия направени на компютър, а във втория - ще представят и защитят създадения от тях продукт пред останалите екипи. Всеки екип има определено време за работа и за представяне на продукта като през това време при възникване на затруднение има правото до три на брой консултации с „експертно лице“ (в случая учителят). Всеки ученик е длъжен да изпълнява определена роля и да участва активно в задачата. Ако учителят забележи, че някой не изпълнява задълженията си може да санкционира целия екип чрез отнемане на правото му за консултация. Резултатите ще бъдат представени веднага след извяването на последния екип като ще има синтезиран извод за всеки един от екипите. Има различни варианти за „поощряване“ на учениците, но ние сме избрали това да бъде поставянето на отлична оценка на екипа, който се представи най-добре.

- Определяне на ролите, които ще изпълняват участниците в играта:

Учителят определя какви роли трябва да фигурират във всеки екип – в случая мениджър, програмисти, дизайнери, разработчик на документация, презентатор на продуктите. Задава се само идейната рамка на ролята, която трябва да се спазва, а играещия има възможността да действа и разсъждава по свой собствен начин в зависимост от появилата се по време на играта ситуация.

Учениците разпределят ролите помежду си като както споменахме вече задължително всеки един трябва да е активен участник – всеки ще участва в частта с писането на код, алгоритми чрез блок-схеми и словесни алгоритми (с цел да се подобрят уменията на учениците), но ще се разпределят задълженията за разработването на логото, писането на ръководството и изработването на Power Point презентация, както и презентирането на продукта пред „клиента“.

- Реализация на играта:

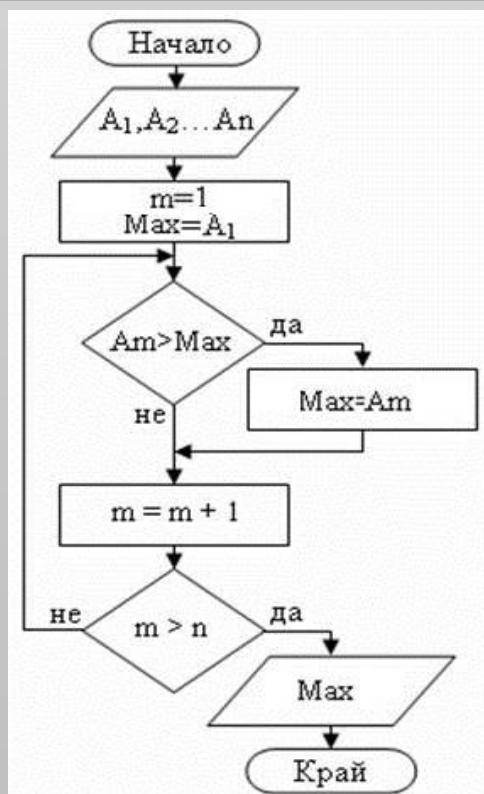
Ще представим едно примерно разпределение на ролите, което може да бъде приложено в даден екип:

Всички от екипа ще бъдат в ролята на програмисти (това е частта, която трябва да се изпълни с участието на всички ученици по решение на учителя, за да могат да доразвият уменията си по информатика):

- Двама от екипа създават алгоритъм (цикличен алгоритъм) на решението на задачата чрез словесно описание:

1. Начало на алгоритъм.
2. Въвеждане на елементите от редицата с цели числа.
3. Установяване на максимален елемент „ $Max = A_1$ “, който е първият елемент от редицата, обявен за максимален. С „ $m = 1$ “ се означава броя разгледани елементи.
4. Проверка дали поредният елемент изпълнява условието „ $A_m > Max$ “. Ако е да – се изпълнява точка 5, ако е не се изпълнява точка 6.
5. Максималната открита до момента стойност се приравнява на разглеждания в момента елемент „ $Max = A_m$ “. Премахва се към точка 6.
6. Броят на разглежданите елементи се увеличава с едно: „ $m = m + 1$ “.
7. Проверка дали броят на разглежданите елементи не превишава броя на всички елементи в редицата „ $m > n$ “. Ако превишав се преминава към точка 8, ако не се преминава на точка 4.
8. Извеждане на най-големият по стойност елемент „ Max “.
9. Край на алгоритъм.

- Двама от членовете на екипа създават алгоритъм на задачата чрез блок-схема:



- Двама от членовете на екипа създават конзолното приложение на задачата чрез програмен език C#:

```

static void Main(string[] args){
    int m, n, maxN;
    n = int.Parse(Console.ReadLine());
    int[] array = new int[n];
    array[0] = int.Parse(Console.ReadLine());
    maxN = array[0];
    for (m = 1; m < n; m++)
    { array[m] = int.Parse(Console.ReadLine());
      if (maxN < array[m]) maxN = array[m];
    }
    Console.WriteLine("Max =" + maxN);
}
  
```

Останалите роли се разпределят между участниците по техен избор:

- Един от членовете на екипа е в ролята на дизайнер – той трябва да измисли име и лого на фирмата, трябва да подготви визуално и текстово презентацията на Power Point;
- Един от членовете на екипа е в ролята на разработчик на документация – той трябва да напише така нареченото ръководство за употреба на продукта като в случая

казахме, че в това ръководство ще бъдат представени словесния алгоритъм, алгоритъмът чрез блок-схема и конзолното приложение, написано на програмен език C#. Трябва да се опишат и допълнително уточняващи детайли;

- Един от членовете на екипа е в ролята на мениджър – той трябва да следи дали останалите членове си вършат правилно работата и да отговаря на възникнали въпроси при появили се трудности. Мениджърът трябва да провери накрая всичко направено от участниците и да го одобри или да премахне грешки, ако има и да ги обсъди с останалите;

- Един от членовете на екипа е в ролята на презентатор - той трябва да знае как работи конзолното приложение и да може да го обясни пред „клиентите“. Той трябва да е подготвен да отговаря на всички възникнали въпроси от страна на „зрителите“.

- **Анализиране на резултатите:**

Учителят провежда дискусия, в която изказва мнението си относно постиженията на всяка от групите (екипите) и изисква от учениците и тяхната гледна точка. Той определя връзката между игровата и реалната ситуация, а след това обявява постигнатите резултати и поставя отлична оценка на екипът, който се е справил най –добре.

В рамките на първият учебен час ролевата игра ще се проведе по следния начин: задаване на темата, изграждане на „сценария“, определяне на ролите на участниците и реализация на ролевата игра до частта с представянето на продукта от страна на презентаторите пред „клиента“, тоест учителя. В рамките на вторият учебен час ще се проведе презентирането на продуктите както и анализирането на резултатите.

Заклучение

Въвеждането на иновативния интерактивен подход чрез метода на ролевите игри в обучението по информатика в училище, който включва в себе си наличието на групова и екипна работа, е много ползотворен за учениците и допринася за развитието на техните способности. Благодарение на него те могат да усъвършенстват разговорната си реч, да формират умения за адекватна реакция в определени ситуации, да анализират и обобщават, да се „сработват“ един с друг по-лесно, да са по-толерантни и да се поставят на мястото на другите, да мислят самостоятелно и да поемат отговорност при вземането на решения. Главната цел при използването на ролевата игра в урока е да се осигурява придобиване на нови знания и умения у учениците, които се базират върху тези, които вече са придобити в процеса на обучение. Нашето мнение е че интерактивните подходи, свързани с груповата и екипната работа, изискващи повече активност от страна на учениците, трябва да се внедряват в учебните часове в българските училища, и то не само

в обучението по информатика. По този начин учениците ще бъдат по-подготвени за успешна реализация в реалния живот.

Литература:

Бижков, Г. Реформаторска педагогика. София, 1994 г.;

Христова, Т., Христов, Т., Христов, С. 10 златни правила за работа в екип. Сиела, 2006 г.;

Katzenbach, J., Smith, D. The wisdom of teams: Creating the high performance organization. Cambridge, 1993 г.;

Гюрова, В, Божилова, В. Магията на екипната работа. Европрес, София, 2006 г.;

Гюрова, В, Божилова, В. Интерактивността в учебния процес. София, 2006 г.;

Иванов, И. Интерактивни методи на обучение. Юбилейна научна конференция с международно участие 50 години ДИПКУ – Варна на тема: «Образование и квалификация на педагогическите кадри – развитие и проекции през XXI век», 2005 г.;

Ефективният мениджър. Книга 3. Управление на персонала. Второ българско издание, превод от английски, София, Нов Български Университет, 1994 г.;

B. W. Tuckman (1965), 'Developmental Sequence in Small Groups', Psychological Bulletin 63;

B. W. Tuckman and M. A. C. Jensen (1977), 'Stages of small group development revisited', Group and Organization Studies, vol.2, no.4, pp.419-27;

The nine Belbin Team Roles, <www.belbin.com/belbin-team-roles.htm>, 01.09.2017.

Джей, Р. Създайте страхотен екип. Подберете хората според ролите. Прев. от англ., София, 2001 г.;

Манев К., Петров П. и др. Информатика за 9-10. клас, Изкуства, София, 2012 г.

* Авторите изказват благодарност към научен проект ФП17-ФМИ-008 „Иновационни софтуерни инструменти и технологии с приложения в научни изследвания по математика, информатика и педагогика на обучението“ към Фонд „НИ“ на ПУ „Паисий Хилендарски“, за частичното финансиране на настоящата работа.

Коста Гъров, професор доктор, ПУ“Паисий Хилендарски“, 4000 Пловдив, ул. „Цар Асен“ 24, телефон: +359888715217, имейл: kosgar@uni-plovdiv.bg

APPLICATION OF GROUP AND TEAM WORK IN TEACHING INFORMATICS BY ROLE GAME METHODS

Ivelina Velcheva, Kosta Gyrov
University of Plovdiv “Paisii Hilendarski”

Summary: The following piece of work is devoted to the description of an alternative and interactive approach of educating students in informatics at school which can be applied to resolve a large part of the tasks through out the course and to replace the traditional approach of teaching. The aim is that the knowledge and skills gained in schools have a greater efficiency and for students to apply them in the real world as well as practical situations. The methodical approach related to the group and team work of students has been applied and specifically the method of a role-play game. The description of the concepts of a group and a team have been given as well as their most important features and special attention has been given on the role-play method. An example has been demonstrated by suggesting how to solve a task, extracted from the course of Informatics for grade 9-10, using the innovative approach chosen by us. Keywords: group and team work, features of a group and a team, efficiency in student education, role play method, methodical stages of role play, application of role-playing in Informatics tasks.

Key words: *group and team work, efficiency of training, role game methods, application of role game methods in informatics.*

Kosta Garov, Professor Doctor, University of Plovdiv “Paisii Hilendarski”, 4000 Plovdiv, 24 Tzar Asen, tel. +359888715217, e-mail: kosgar@uni-plovdiv.bg

Екипна и групова работа в обучението по информатика и информационни технологии с използване на облачни технологии

Коста Гъров, Костадин Царев

Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“

Резюме: Настоящата работа е посветена на два от най-важните компоненти на съвременното активно обучение – екипната и групова работа и прилагането им в обучението по информатика и информационни технологии чрез облачни технологии. В работата се описва как ученици от 10. клас, разделени на екипи, могат бързо и лесно да реализират определени задания поставени в учебните занятия по информатика и информационни технологии, като се използват облачни технологии. Разгледан е и проведен експеримент, при който активно се използва платформата *Google Classroom*.

Ключови думи: *облачни технологии, обучение, работа в екип, информатика, информационни технологии*

Въведение: Бързоразвиващите се технологии на XXI век налагат промяна и на обучението в училище, особено в часовете по информатика и информационни технологии. Знанията и уменията, които учениците трябва да усвоят вече не са само теоретични и пратически, а и малко по-абстрактни. Творчество, иновативност, критично мислене, екипност, гъвкавост, адаптивност, информационни, медийни и технологични умения са само част от това, което трябва да се търси след приключването на даден обучителен курс. За по-добри резултати, учителят е длъжен да използва нови дидактически подходи – научност в обучението, съзнателност при усвояване на учебният материал (чрез предоставяне на подходящи примери и поясняване на приложението им в реалната среда), нагледност на обучението, демонстрирана с подходящи примери, трайност при усвояване на знанията, емоционалност и активно участие на учениците.

Много съвременни автори определят активността на учениците като основа на съвременното обучение. Активно обучение (на английски: *active learning*) е термин, отнасящ се за процес на усвояване на нови знания и умения посредством въвличането на обучаемите в извършването на различни щателно подготвени учебни дейности. Активното обучение е начин на обучение, при което традиционната атмосфера в учебната зала (кратки, нахъсани уроци, в лекционен стил, при които преподавателят е

централната фигура, а обучаемите са пасивни) се заменя с грижливо подготвени учебни дейности, в които обучаемите играят централна роля. Учебните дейности, влизащи в основата на активното обучение, могат да бъдат най-разнообразни — писане, четене, групова работа, дискусии, ролеви игри, казуси, групови проекти, симулации, семинари, решаване на проблеми и задачи, свързани с анализиране, синтезиране и оценяване.

Основните методи на активното обучение са: проектно-базирано обучение (project-based learning), проблемно-ориентираното обучение (problem-based learning), ученето чрез опит (experiential learning) и ученето чрез проучване (inquiry-based instruction). Някои изследвания в областта на когнитивната наука показват, че много хора имат стил на учене, при който традиционният лекционен стил на преподаване не е подходящ. Според *Артур Чикъринг* и *Зелда Гемсън* (Chickering, Gamson, 1987), за да бъдат активно въввлечени в процеса на обучение, учащите трябва не само да слушат, но също и да четат, пишат, обсъждат или решават проблеми. Най-важно е, че те трябва да се занимават и със сериозни мисловни дейности като анализиране, синтезиране и оценяване. Има и някои съществени рискове при прилагането на активно обучение — учащите да не участват в груповата работа, да не прилагат висши форми на мислене, да не успеят да усвоят базовите знания нужни за дадената учебна дисциплина. Както споменахме по-рано, в основата на активното обучение се екипната и груповата работа.

Екипната работа е метод, който има за цел да обедини дадена група от хора (екип), имащи обща цел и в която приносът на отделните хора взаимно се допълва. Екипът е “общност от взаимодействащи си хора, обединени от обща социална дейност, които общуват непосредствено помежду си на базата на съответни емоционални отношения, групови норми, групови процеси” (*К. Левин*).

Разликите между екип и група са трудно забележими, но са много съществени. В най-общ смисъл група е всяка съвкупност от две или повече лица, които си взаимодействат помежду си по такъв начин, че всяко от тях оказва влияние върху останалите и едновременно се намира под влиянието на другите лица. Но не всяка работна група е екип.

Груповата форма на обучение може да:

- благоприятства за значителното разширяване на педагогическото общуване между преподавателя и обучаемите, от една страна, и между самите обучаеми, от друга;
- позволява прилагането на диференциран подход към различните обучаеми;

- стимулира развитието на самостоятелното мислене и творческото въображение на учениците;
- допринесе за формирането на организационна култура на учениците;
- помогне за по-доброто усвояване и разбиране на учебното съдържание, което се преподава;
- развие сътрудничество и умения за планиране;
- създаде възможности за лидерство и споделено лидерство;
- повишава активното участие в процеса на учене;
- подобрява учебната работа на обучаемите
- даде възможности на обучаемите да работят върху големи проекти и др.

Както споменахме по-рано, екипната и груповата работа, могат да бъдат активно прилагани и в работата в т.н. „Облак”.

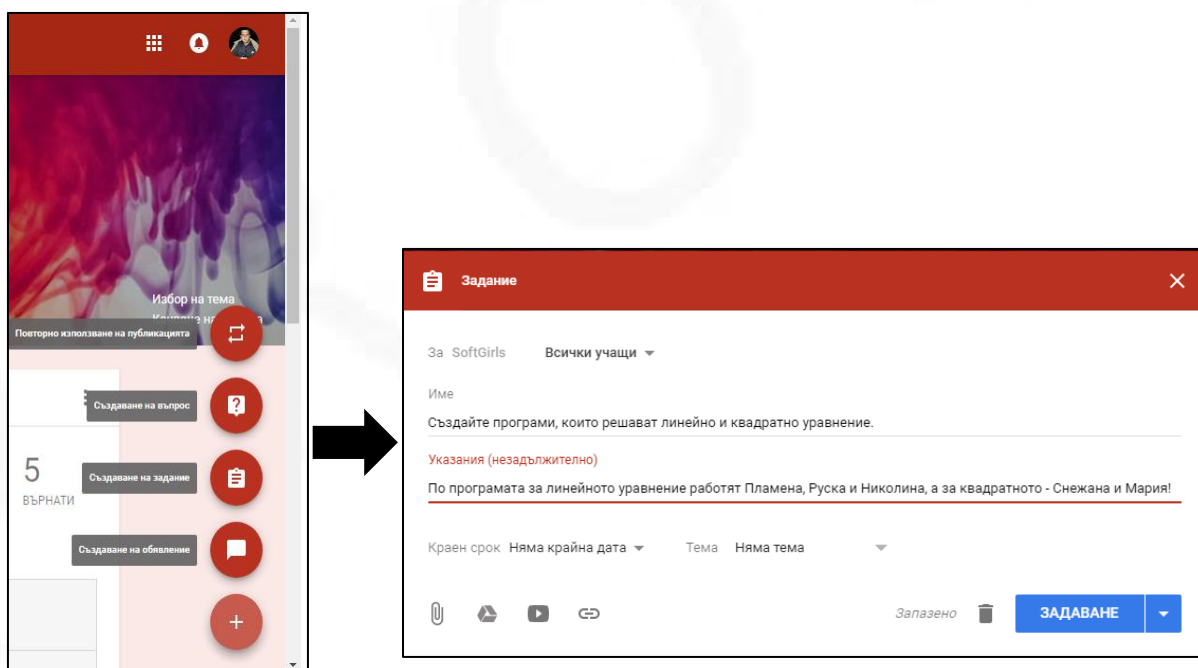
Какво е Облака: За целите на експеримента, Облакът ще се отнася до всички приложения на Гугъл (Google), в частност тези включени в платформата Google Classroom, които допринасят за създаването на нови модели на преподаване и обучение в интерактивна и ангажираща учебна среда. Те включват: *Gmail* (леснодостъпна комуникация между участниците в образователния процес), *Google Drive* (съхранение и споделяне на информация), *YouTube* (канал за споделяне на видео материали специализирани за уеб-базирано обучение). Единственото условие за използване на облачните услуги е създаването на профил в Гугъл, който отваря огромен портал от приложения, необходими за удовлетворяване на нуждите на обучаемите.

„Облачните технологии са метафора за технологии, които дават на своите потребители достъп до изчислителни услуги и възможности за споделяне на данни с помощта на интернет, а нарастващото влияние на тези технологии върху преподаването и обучението може да е всичко, но не и метафора“ (*Denton, David W., 2012*). В този смисъл Дентън е прав, тъй като потенциала, който Облакът разкрива пред съвременните преподаватели е много повече от реалност. Вариантите при подготовка и разработване на уроци за Облачна среда са безбройно много, в зависимост от целите на преподавателя, нивото на учениците, студентите и учебният съдържание, което се преподава.

Екипна и групова работа в обучението по информатика:

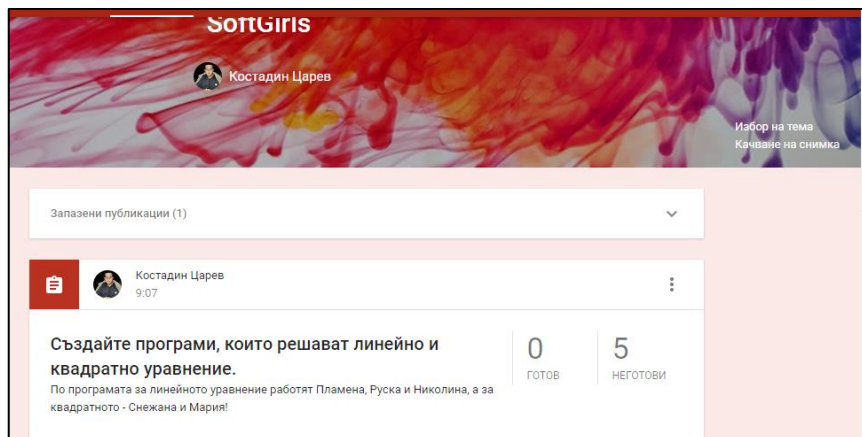
Неправилно е да се твърди, че обучението по информатика в училище е изцяло свързано с преподаване на програмиране на алгоритмични езици. В задължителната подготовка в СУ, учениците изучават теми като: Математически и логически основи на информатиката, Апаратна и програмна част на компютърните системи, Базов софтуер, Приложни и сервизни програми, Основни типове данни и оператори, Програмиране на основни алгоритми. Тук ще опишем как могат да се прилагат облачни технологии в обучението по програмиране с Google Classroom.

Google Classroom е софтуерна платформа, която дава възможност лесно да се задават учебни задачи за решаване от учениците и след това да се оценяват получените резултати. На фигурите по долу са показани екрани от платформата.

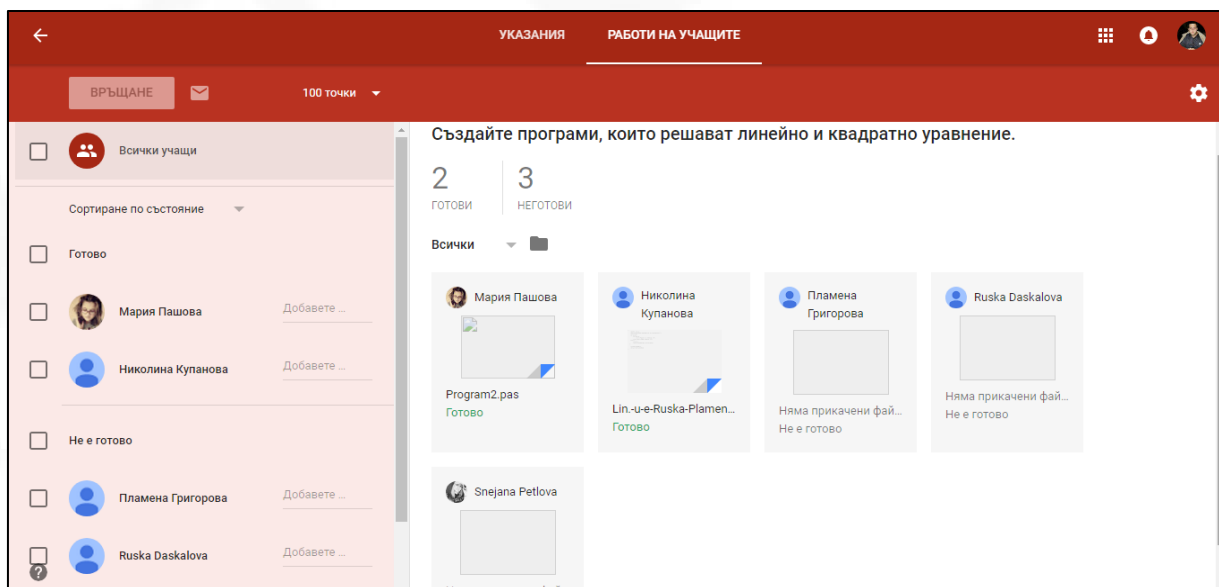


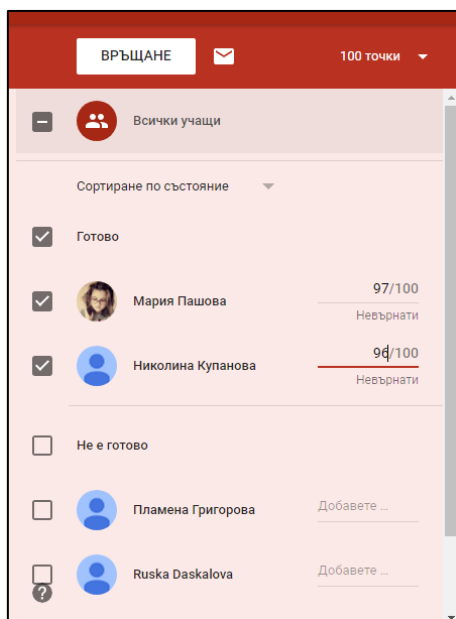
Лесно се вижда, че като създава определеното задание, учителят има възможността сам да групира отделните екипи. Задаването на крайна дата за предаване, може да бъде изтълкувано като своеобразен край на изпитването. Всяко получено задание автоматично влиза в *Просрочени отговори*.

В конкретното задание, поставяме задача на учениците да изготвят два програмни кода на съответен език за програмиране – Паскал или C++, които да отговарят на съответните задания. В заданието няма да е нужно да прикачваме допълнителни материли.



След изпълнението на конкретната задача, учениците прикачат съответните си материали в платформата, като е достатъчно само по един член от екипа да предостави готовият вариант на решението:





Учителят може да поставя оценки на съответните екипи и отделни потребители, като скалата за оценяване се задава като брой точки. Максималният брой точки се определя от учителя в съответствие със сложността на заданието. Важно е да се уточни, че при оценяването на груповата работа е нужно оценките, които получават учениците да са еднакви¹.

Проекти, които не са били изпратени в Облака, не се оценяват. Системата ще отчете това като непредадена работа и в последствие ще съобщава, че

участникът е просрочил времето.

При изпращането на оценките можем да впишем и определена рецензия:

Да се върнат ли работите на 2 учащи?

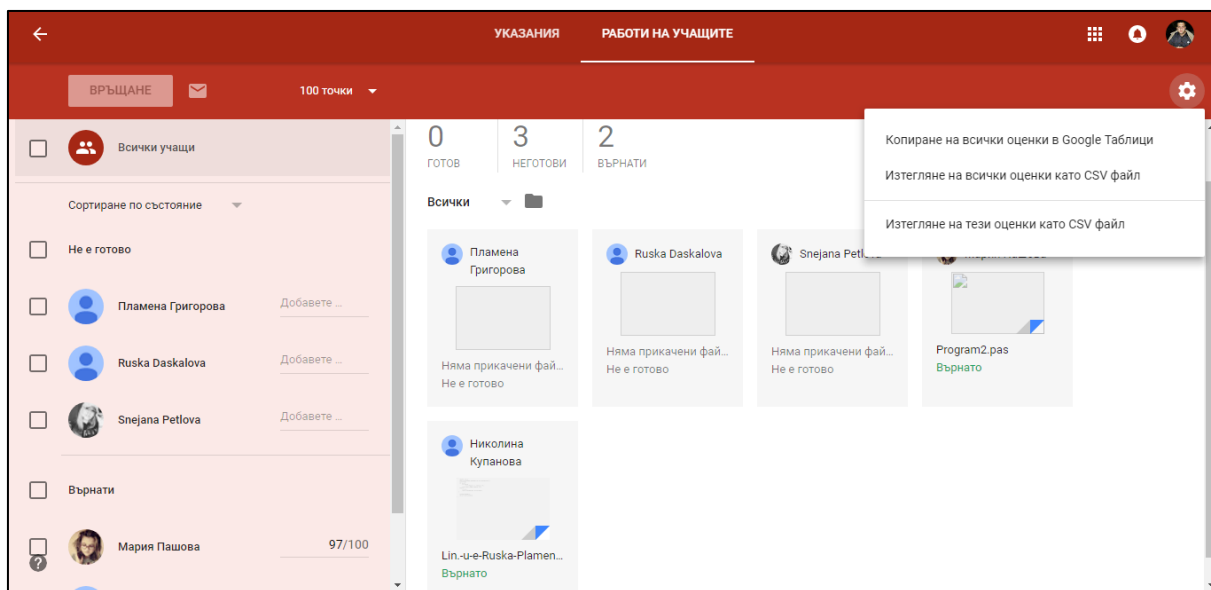
Учащите ще бъдат известени и могат да видят евентуалните ви оценки.

	Николина Купанова	96/100
	Мария Пашова	97/100

Частен коментар

ОТКАЗ ВРЪЩАНЕ

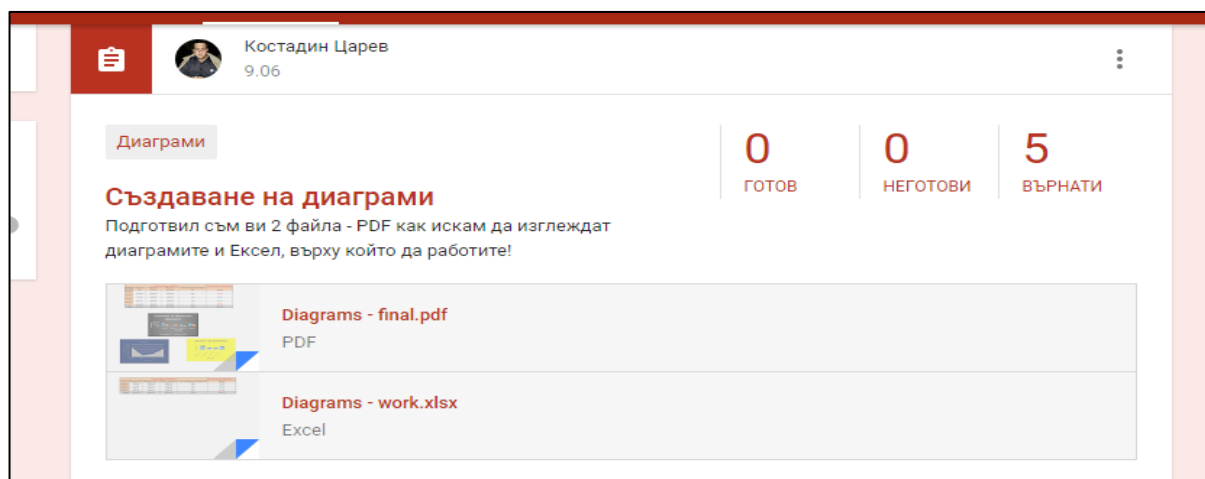
¹ Оценките, които имат определени ученици, не могат да бъдат виждани от останалите участници в класната стая.



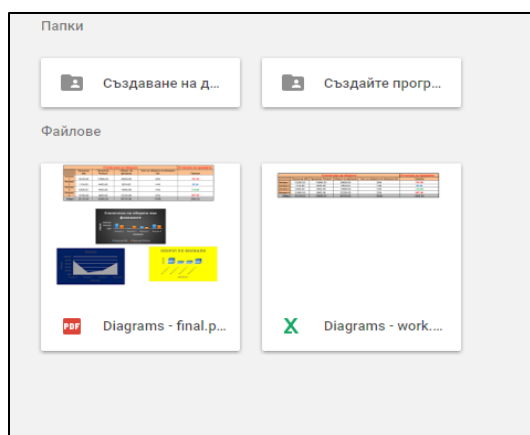
След приключването и оценяването на изпратените проекти, учителят може лесно да запази оценките, с които е оценил работата на учениците. Например може да се използва електронна таблица с цел по-бързото обобщаване на получените резултати.

Екипна и групова работа в обучението по информационни технологии:

От учебната 2016/2017 г., всички ученици, завършващи 10 клас се подготвят за явяване на Национално външно оценяване по т.н. Дигитални компетентности. Във външното оценяване се включва изучаваният учебен материал по информатика и информационни технологии през гимназиалният курс на обучение по задължителна подготовка (8., 9., 10. клас), като се акцентира на модула „Електронни таблици“. В следващото изложение ще опишем как учениците се справиха с поставена задача да попълнят електронна таблица и да създадат диаграми по зададени критерии, визуализиращи определени резултати:

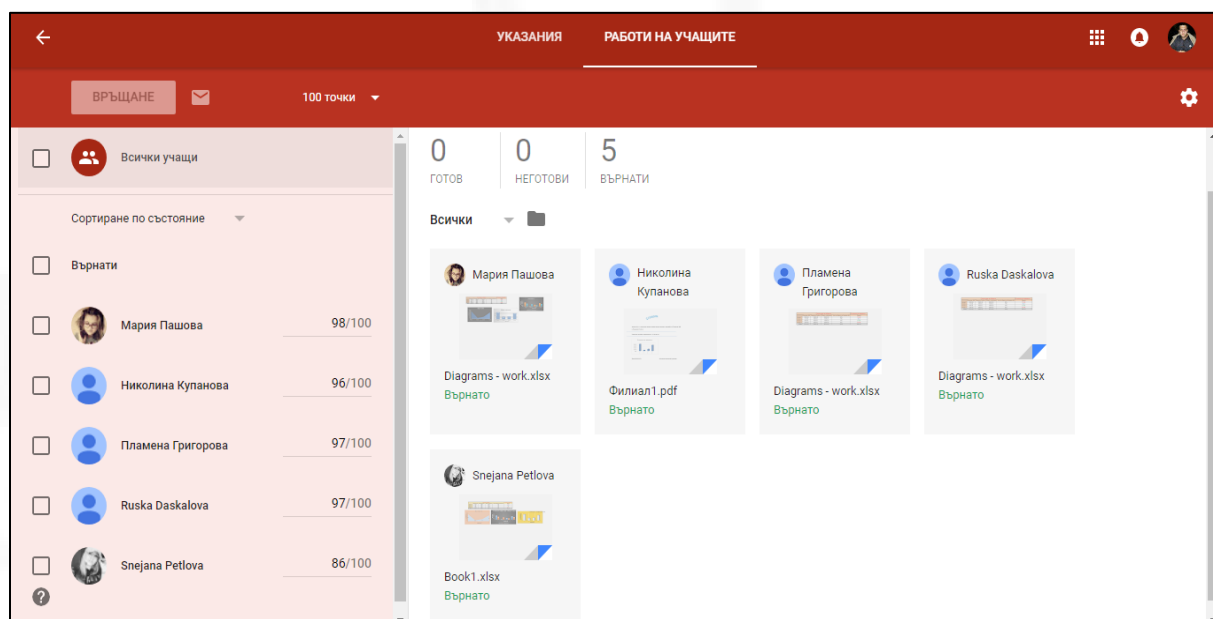


За разлика от предишната задача по информатика, в която не беше нужно да се

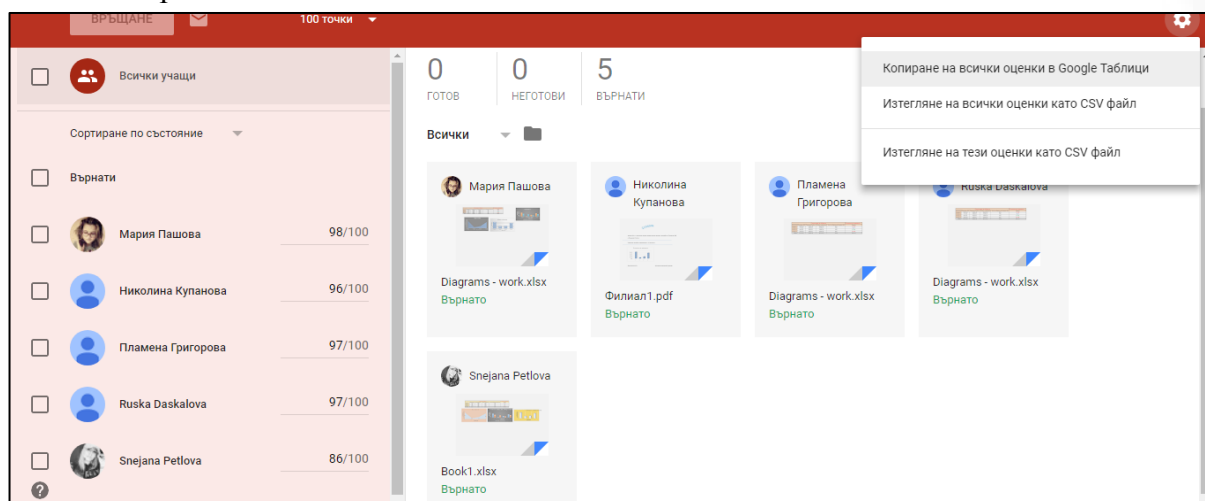


прикачат никакви допълнителни материали към заданието, тук на лице са два допълнителни файла. От *Фигурата* се вижда, че когато учителя създава задание, може да прикача необходимите файлове за изпълнението в *Google Drive*. Тук са прикачени два файла, до които учениците получават достъп.

Учениците имаха на разположение петдневен срок да подготвят материалите си, да ги прикачат в системата и да очакват оценки за изпълнението на заданието. Никой не просрочи времето за изпълнение и на всички ученици получиха оценки. След края на заданието, платформата има следният вид:



След приключване на двете задания по информатика и информационни технологии, учителят може да прехвърли изцяло оценките в Google Таблица и след това да може лесно да анализира получените резултати. Положителното тук е, че при експортиране в таблица, всички оценки от всички задачи за автоматично обобщени и готови за представяне:



Оценки SoftGirls 27.09.2017 r

Файл Редактиране Преглед Визуализация Форматиране Данни Инструменти Добавки Помощ Всички промени бяха запазени в Диск

Коментари Споделяне

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1	SoftGirls																
2	Създаване на диаграми																
3	ОТВАРЯНЕ НА CLASSROOM						100	100									
4																	
5	Средно за курса						95,65%	94,8	96,5								
6	Daskalova	Ruska	ruska.daskalova@	97,0%	97												
7	Petlova	Snejana	snegii.petlowaa@c	86,0%	86												
8	Григорова	Пламена	pgrigorova33@gm	97,0%	97												
9	Купанова	Николина	ninkakupanova@gr	96,0%	96	96											
10	Пашова	Мария	pashovamariq@gm	97,5%	98	97											
11																	
12																	

Sheet0

Заключение: В бързоразвиващия се съвременен свят, екипната и груповата работа като част от активното обучение, и все повече намиращото своето приложение – дистанционно обучение в Облак, се очертава да бъдат много добри техники както в обучението по информатика и информационни технологии, така и в други учебни дисциплини.

От началото на учебната 2017/2018 г., *Община Пловдив* и *Център за творческо развитие* са бенефициенти по проект „Училище в Облака“. На територията на Община Пловдив вече има 15 действащи по този проект училища, като желанието на ръководството в лицето на зам.-кметът по Образование, бизнес развитие, европейски политики и международно сътрудничество” Стефан Стоянов е до 2019 г. всички училища да бъдат част от проекта.

Библиография:

Крушков, Хр., Активното обучение в информационното общество, Университетско издателство „Паисий Хилендарски“. Пловдив, 2016.

Denton, David W., Enhancing Instruction through Constructivism, Cooperative Learning and Cloud Computing, TechTrends vol. 56, Number 4, July/August, 2012.

<<https://cct.bg/>> 27.9.2017

Благодарности: Авторите изказват благодарност към научен проект ФП17-ФМИ-008 „Иновационни софтуерни инструменти и технологии с приложения в научни изследвания по математика, информатика и педагогика на обучението“ към Фонд „НИ“ на ПУ „Паисий Хилендарски“, за частичното финансиране на настоящата работа.

Настоящата работа и експериментите в нея са извършени с помощта на учениците Снежана Петлова, Мария Пашова, Николина Купанова, Руска Даскалова и Пламена Григорова. Учениците са в 10. клас на Профилирана хуманитарна гимназия „Св. Св. Кирил и Методий“ – гр. Пловдив.

проф. д-р Коста Гъров, 0888 715217, kosgar@uni-plovdiv.bg.

докторант Костадин Царев, 0892 206450, tzarev.fmi@gmail.com

TEAM WORK AND GROUP WORK IN INFORMATION AND COMMUNICATIONS TECHNOLOGY TEACHING USING CLOUD COMPUTING

Kosta Garov, Kostadin Tzarev
"Paisii Hilendarski" Plovdiv University

Summary: The present work deals with two of the most important components of today's active teaching - team and group work and their implementation in Information and Communications Technology training through Cloud technologies. The material shows how 10th grade students, divided into teams, can quickly and easily implement certain assignments set in the Information and Communications Technology lessons by using Cloud computing. The work also presents an experiment which has been carried out in which Google Classroom platform is actively used.

Key words: *cloud computing, teaching, teamwork, information, communications technology*

Prof. Kosta Garov, 0888 715217, kosgar@uni-plovdiv.bg.

Kostadin Tzarev, 0892 206450, tzarev.fmi@gmail.com

ИЗПОЛЗВАНЕ НА ИНТЕРАКТИВНИ КОМПЮТЪРНИ ТЕХНОЛОГИИ ПРИ ПРЕПОДАВАНЕ НА ЕЛЕМЕНТИ ОТ МАТЕМАТИЧЕСКИЯ АНАЛИЗ В УЧИЛИЩНИЯ КУРС ПО МАТЕМАТИКА

Николинка Бъчварова

старши учител по математика в Математическа гимназия

„Акад. Кирил Попов“ – Пловдив

Резюме:

В статията се разглежда необходимостта от използване на интерактивни компютърни технологии (ИКТ) при изучаване на елементи от Математическия анализ. Доказва се целесъобразността от използването на динамични компютърни графики, които повишават нагледността при преподаване на учебния материал и при решаването на задачи, свързани с него. Обосновава се използването на интерактивната геометрична среда *GeoGebra* за демонстрация на модели и като средство за самоконтрол в обучението по математика. Практическото приложение на разработката може да се използва от ученици за самостоятелна подготовка по математика, а така също и от преподаватели по математика при изучаване на теми, свързани с елементи на Математическия анализ и „Параметрични уравнения“. За илюстриране на идеите са използвани примери от реалната учебна практика.

Ключови думи: *информационни компютърни технологии, динамична геометрична среда, анимация, производна.*

Въведение

Новите социални потребности на обществото определят и целите на образованието като общокултурно, личностно и познавателно развитие на учениците, обезпечавашо такава ключова компетенция на образованието като „**умението да се учи**“.

Бурното развитие на техническите средства в обучението по математика довежда до възникването на ново педагогическо понятие – „интерактивни компютърни

технологии“ в образованието. „Това е съвкупност от съвременни компютърни техники, инструментални програмни средства, обезпечаващи интерактивното програмно-методическа обучение“. Интерактивността най-често се определя като всяка форма на комуникацията между учащите и преподавателите, самите учащи, както и между учащите и учебните ресурси (в които се включва и всяка компютърна система). Интерактивността е много важен елемент от процеса на преподаване и усвояване на учебния материал. Обучаемите трябва да бъдат насърчавани да взимат активно участие в учебния процес(Уикипедия).

При това знанията, уменията и навиците се формират, придобиват и съхраняват в тясна връзка с активните действия на учениците. Качеството на усвоените знания се определя от многообразието на различните стандартни учебни действия. Интерактивните компютърни технологии (ИКТ) се утвърждават като водещи педагогически технологии.

Докладът има за обект основни елементи от Математическия анализ като понятията производна, монотонност на функция, графика на функция, параметър и решаването на различни задачи чрез динамичен софтуер, използван от ИКТ, които подпомагат обучението по математика.

Предмет на тази разработка е представянето, формирането и усвояването на математически знания и умения у учениците, както и прилагането на тези знания при решаване на задачи от Математическия анализ в гимназиалния етап на обучение.

Цел на доклада е да се сподели педагогически опит за по-лесно и ефективно преподаване на учебния материал, което се постига чрез подходящо онагледяване и демонстрации, използвайки анимация и други специални ефекти; да се покаже възможността за използване на ИКТ и ефективността от прилагането им чрез динамичната компютърна среда *GeoGebra* при преподаването на елементи от Математическия анализ и при решаването на задачи, свързани с него в средното училище.

Основна задача на този материал е да обоснове нуждата от използването на ИКТ при преподаване на елементи от Математическия анализ и решаване на математически задачи от този вид.

Използване на ИКТ в обучението по математика

Използването на ИКТ в учебния процес не е самоцелно, а само в тези случаи, в които се предлагат на учениците по-нови в сравнение с традиционните форми за

обучение възможности, които действително способстват обезпечаването на качествено обучение.

Пред всеки редови учител по математика стои проблем – при ограничения часови ресурс, да се справи с преподаването на големия обем на учебното съдържание, като спазва инструкциите и препоръките, които трябва да прилага в работата си, с което да спомогне за максимално усвояване от обучаемите на предвидените умения и знания за съответния клас. С други думи - нужна е изключително добра организация и ефикасна интензификация на учебния процес, които да се реализират с персоналните усилия на всеки отделен преподавател (Бизова-Лалева, 2016, стр.14).

Какво са ИКТ за един преподавател?

- ресурс за формиране на универсални учебни дейности;
- ресурс за повишаване ефективността на урока по математика;
- ресурс за самоусъвършенстване на преподавателя;

Това дава възможност за използването на средствата на ИКТ във всеки учебен предмет, в това число и по математика

Съществуват няколко възможности на използване на ИКТ в учебния процес.

1. Като технология върху отделни елементи: компютърно обучение по отделни теми, раздели, за отделни дидактически задачи;
2. Като основна, определяща, значима част от използваните технологии.
3. Като монотехнология: когато цялото обучение, цялото управление на учебния процес, включвайки диагностика и мониторинг, се основава на използването на компютърните технологии.

Друг важен въпрос е дали на всяка цена и за всякакъв вид урок е необходимо използването на новите технологии и доколко е ефективен урокът при използването им? Това е преценка отново на учителя. (Старибратов, 2012г, стр.14). Именно преподавателят може точно да определи в каква степен и на какъв конкретен етап може да се използват ИКТ в урока по математика. Отговор може да се получи от „живата“ реакция на учениците.

Много голям процент от учениците в гимназиалния етап на обучение имат сериозни трудности в разбирането на основните понятия, свързани с Математическия анализ. В резултат на това преподаването му представлява сериозен проблем в обучението по математика. Как преподаването на Математически анализ би могло да стане по-ефективно? Процесите и понятията могат по-лесно да бъдат разбрани в среда,

която може да разкрие техните съществени компоненти, т.е. динамична среда.(CALGEO, 2007, стр.9).

Една такава свободно разпространяема и бързо развиваща се среда е GeoGebra (GeoGebra, 2017). Чрез нея може да се създават динамични изображения, които се използват при преподаването на елементи от Математическия анализ в училищния курс по математика. При това съществува остър недостиг на учебна литература, специализирана за използването на този ресурс в преподаването на Математически анализ.

От методическа гледна точка средата *GeoGebra* позволява да се създават компютърни динамични чертежи и графики, които могат да се използват на различни етапи от преподаването на учебния материал – от чертежи с илюстративен характер до изследователски чертежи. Особено полезен понякога е процесът на създаване на динамичен чертеж. В резултат на компютърното моделиране чрез тази динамична среда много математически понятия и теореми стават за учениците „видими“ и „разбираеми“.

Чрез следващите примери ще споделя личния си опит за създаване и демонстрации на компютърни чертежи и анимирани решения на задачи, свързани с изучаването на основни понятия от Математическия анализ по ЗИП математика, с ученици от 12 клас от МГ „Акад. К. Попов“ гр. Пловдив За осъществяването на тези идеи съм използвала свободния обучителен и динамичен софтуер *GeoGebra* (Dimkova, 2012).

За да достигнат учениците до дадено умозаклучение и формулират хипотеза, свързана с откриването на свойства или алгоритми на действие при изследване на някакъв математически обект, е необходимо да се разгледат различни единични случаи, многократното да се повторят дадени действия, да се съпоставят и анализират резултати от тези действия. Следващата задача дава възможност да се приложат на практика тези дейности, като по този начин се стимулира изследователската дейност на учениците.

Задача 1. *На чертежа е изобразена графика на функцията $y=f(x)$, определена в интервала $(-5;5)$. Намерете броя на целите точки от абсцисната ос, в които производната на функцията $f(x)$ е отрицателна.*

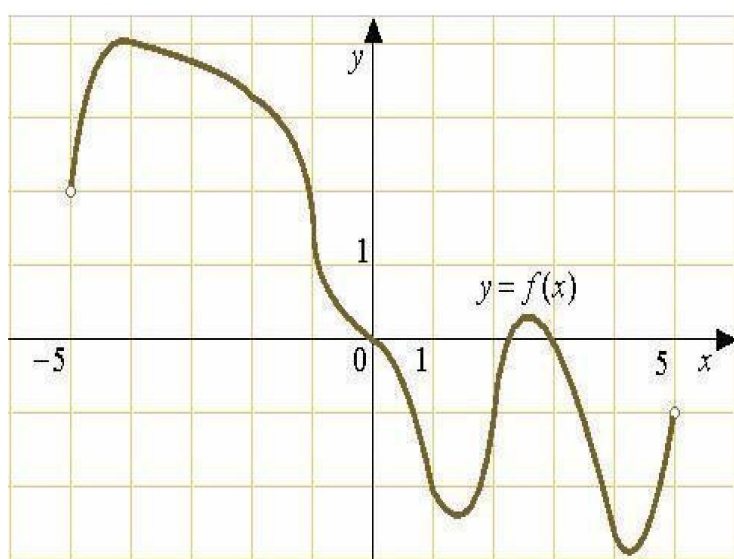
Задачата има за цел да упражни прилагането на една важна теорема от Математическия анализ, която свързва монотонността на една функция с нейната производна, а именно: Критерий за монотонност. (Лозанов, 2002, стр.43).

Решението на задачата чрез динамичната среда *GeoGebra* протича през три етапа:

1. Геометрично моделиране на условието на задачата върху дисплея на монитора, електронна дъска, мултимедиен екран и др. (фигура 1);

Фигура 1

Задача 1. На изображението е начертана графиката на функцията $y=f(x)$, дефинирана в интервала $(-5;5)$. Определете броя на целите точки от абсцисната ос, в които производната на функцията $f(x)$ е отрицателна.



☐ Стъпка 1.

☐ Стъпка 2.

☐ Стъпка 3.

☐ Стъпка 4.

2. Решаване на задачата с използване възможностите на динамичния софтуер.

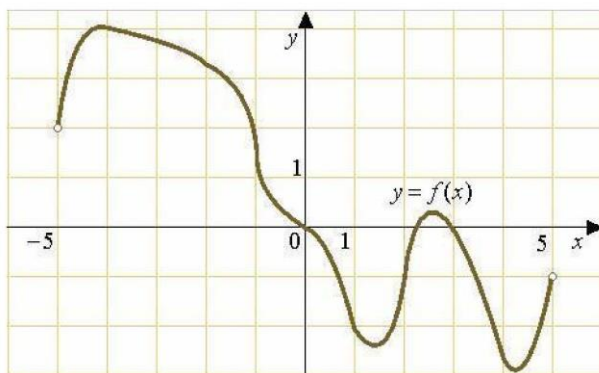
При тази демонстрация на решението чрез чек-бутони се избират стъпките, които ще се изследват от учениците. Това дава свобода на преподавателя да избира кои етапи от решението ще демонстрира и кои резултати ще се сравняват, обобщават и съответно проверяват. При избора на съответната стъпка до чек-бутон се появява пояснителен текст, който помага на учениците да сравнят своите решения с тези от демонстрацията.

3. Построяване по стъпки на математическия модел на решението, което се вижда на дисплея (фигура 2, фигура 3, Фигура 4)

На фигура 2 учениците могат да си припомнят Критерия за монотонност (необходимо условие), който трябва да приложат за успешното решаване на задачата, а на фигура 3 те могат да сравнят своите отговори с интервалите, в които функцията намалява, т.е. производната е отрицателна.

Фигура 2

Задача 1. На изображението е начертана графиката на функцията $y=f(x)$, дефинирана в интервала $(-5;5)$. Определете броя на целите точки от абсцисната ос, в които производната на функцията $f(x)$ е отрицателна.



☒ Стъпка 1.

Критерий за монотонност (необходимо условие за монотонност):
Ако функцията $f(x)$ е растяща (намаляваща) и диференцируема в отворения интервал (a,b) , то производната $f'(x) \geq 0$ ($f'(x) \leq 0$) в отворения интервал (a,b) .

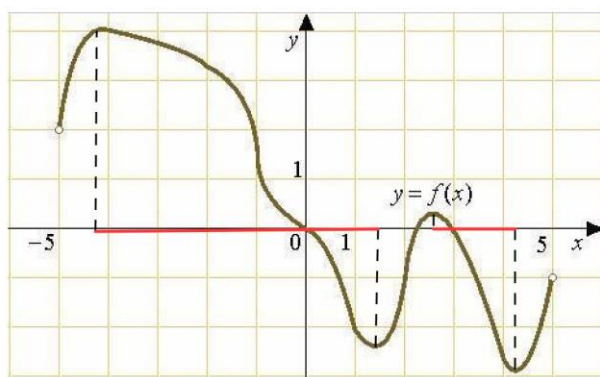
☐ Стъпка 2.

☐ Стъпка 3.

☐ Стъпка 4.

Фигура 3

Задача 1. На изображението е начертана графиката на функцията $y=f(x)$, дефинирана в интервала $(-5;5)$. Определете броя на целите точки от абсцисната ос, в които производната на функцията $f(x)$ е отрицателна.



☒ Стъпка 1.

Критерий за монотонност (необходимо условие за монотонност):
Ако функцията $f(x)$ е растяща (намаляваща) и диференцируема в отворения интервал (a,b) , то производната $f'(x) \geq 0$ ($f'(x) \leq 0$) в отворения интервал (a,b) .

☒ Стъпка 2.

Ще намерим интервалите, където функцията намалява.

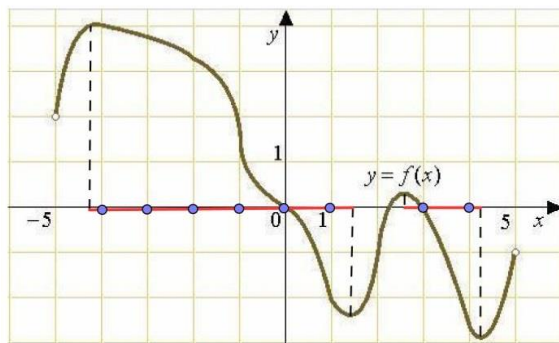
☐ Стъпка 3.

☐ Стъпка 4.

На фигура 4 учениците се запознават с последните две стъпки от решението на задачата. Нагледно се представят целите точки от абсцисната ос и окончателният отговор.

Фигура 4

Задача 1. На изображението е начертана графиката на функцията $y=f(x)$, дефинирана в интервала $(-5;5)$. Определете броя на целите точки от абсцисната ос, в които производната на функцията $f(x)$ е отрицателна.



☒ Стъпка 1.

Критерий за монотонност (необходимо условие за монотонност):
Ако функцията $f(x)$ е растяща (намаляваща) и диференцируема в отворения интервал (a,b) , то производната $f'(x) \geq 0$ ($f'(x) \leq 0$) в отворения интервал (a,b) .

☒ Стъпка 2.

Ще намерим интервалите, където функцията намалява.

☒ Стъпка 3.

Ще определим целите числа от получения интервал.

☒ Стъпка 4. **Отговор: 8.**

Предимството на така създадената демонстрация е, че решението на задачата може да има фронтален характер, т.е. учителят да поставя въпроси към целия клас. Анализирайки получените резултати, учениците се провокират да изграждат хипотези, истинността на които трябва да докажат или отрекат.

Следващият пример е свързан с приложение на производните при екстремални задачи за решаване на уравнения от по-висока степен с параметър (Лозанов, 2002, стр.75).

Задачите с параметър са отличен материал за изследователска и проектна дейност на учениците, изискващи логическото мислене и висока математическа култура.

Изследването и решаването на уравнение от по-висока степен с параметър не е лесен раздел от училищната математика. Параметърът като понятие, често се възприема от учениците като много по-сложен, отколкото е в действителност. От друга страна много Висши учебни заведения са включили в изпитната си програма такъв тип задачи, което определя тяхната практическа значимост.

Задача 2. За кои стойности на параметъра a уравнението $x^3 - 12x - a = 0$ има точно две различни решения?

За да се реши задачата, трябва да се преобразува уравнението във вида:

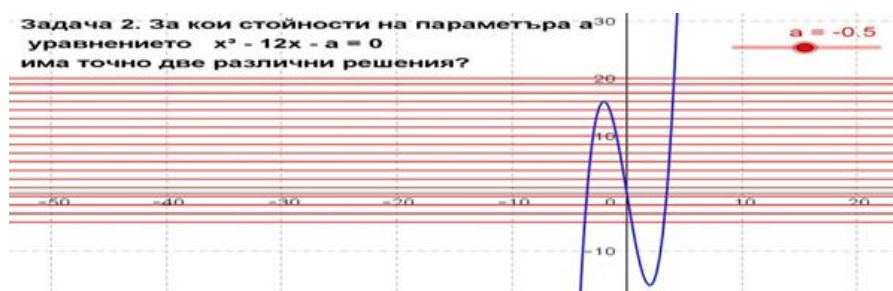
$$x^3 - 12x = a.$$

Разглеждат се две функции: $f(x) = x^3 - 12x$ и $g(x) = a$. Построяват се графиките на функциите $y_1 = f(x)$ и $y_2 = g(x)$ на една и съща координатна система. Броят на решенията зависи от броя на пресечните точки на двете графики. В конкретната задача се търсят две различни общи точки при различни стойности на параметъра a .

Графиката на функцията $g(x) = a$ е права линия, успоредна на оста (Ox) и пресичаща оста (Oy) в точка a .

Тъй като a е параметър, който може да приема различни стойности, то е необходимо да се построи цяла поредица от успоредни прави (фигура 5), пресичащи ординатната ос на различна височина.

Фигура 5



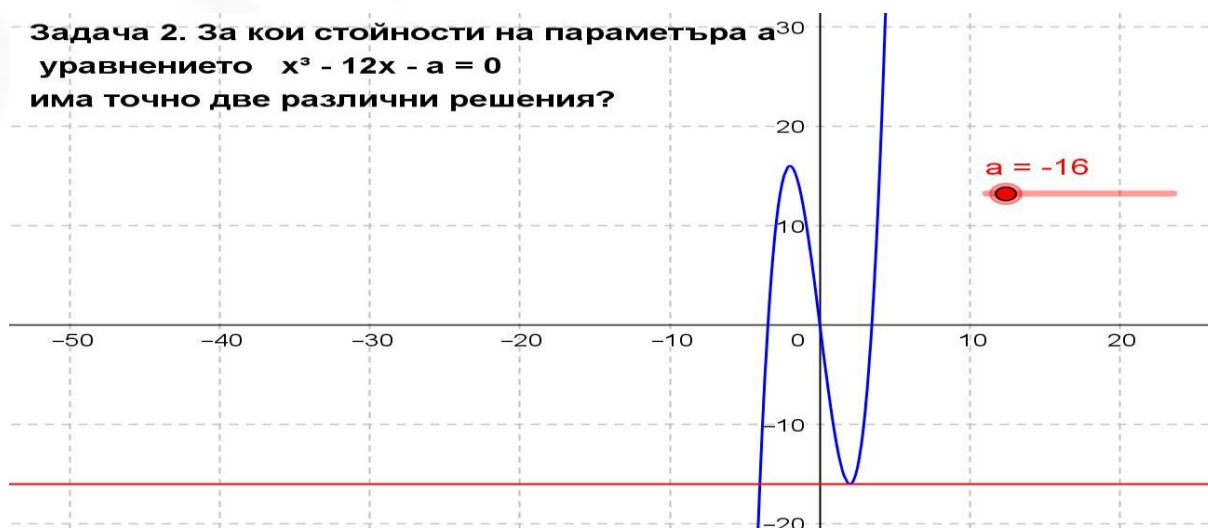
Очевидно е, че не е възможно да се построят всички прави, защото те са безкрайно множество.

Решението на задачата може да се демонстрира с компютърна анимация, създадена чрез динамичния софтуер *GeoGebra*. Чрез нея се постига както по-атрактивно и нагледно представяне на математическото съдържание, така и ефективното подпомагане на преподавателя по математика (Върбанова, Алексиева, . Лалчев, 2008,стр.211).

Предимствата на *GeoGebra* са, че могат да се правят демонстрации на разположението на графиките при различните стойности за параметъра a , като стъпката за промяна стойността на параметъра може да се задава от преподавателя. Учениците имат възможност да сравняват разположението на двете графики при различни стойности на параметъра и да разсъждават за пресечните им точки. По този начин се достига до правилни изводи за решенията на уравнението.

Стойността на параметъра може да се променя по два начина: или ръчно чрез промяна стойностите на плъзгача, или автоматично, използвайки анимация. Манипулирайки движението, преподавателят може да променя стойността на параметъра (фигура 6) и учениците да наблюдават изменението на функцията при съответните му стойности.

Фигура 6



За активизиране познавателната дейност, повишаване на мотивацията към изучаване и решаване на задачи с параметри е целесъобразно да се използват иновационни технологии и нестандартни методи на обучение, повлияващи да се реши един от основните проблеми на учениците – неразбирането на това как параметърът

влиятелно на решението и на самата функция. В този случай нагледността от изменението на графиката на функцията в зависимост от параметъра е способна да обезпечи ефективното търсене на решение на задачата.

От чертежа се вижда, че две решения се получават в екстремумите на функцията $f(x) = x^3 - 12x$. Затова учениците трябва да намерят тези екстремуми, като изследват функцията чрез традиционния аналитичния метод. Проверят се решенията им чрез демонстрирания компютърен метод.

При отделните етапи от демонстрацията могат да се използват различни цветове, оставяне на следа и други ефекти, с които се постига по-пълно и точно онагледяване при демонстриране на търсените елементи. Цветовото онагледяване цели да се насочи вниманието на учениците точно към тези елементи.

Учениците могат да провеждат експерименти и изследователска дейност, свързана с разработването на проекти, както и да работят в екип при решаване на поставените задачи. Разбира се добри резултати могат да се постигнат както и след умело задавани въпроси от преподавателя, така също и след добре анимирани демонстрации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ:

Използването на ИКТ подпомага ефективно и двете страни на обучението, т.е. самото учене и възприемане от учениците, от една страна, и работата на преподавателя, от друга. Чрез ефектите на анимация се дава възможност на учениците да усвоят по-ефективно учебния материал, свързан с елементи от Математическия анализ, както и методите за решаване на задачи, свързани с тях.

Използването на динамичен интерактивен софтуер в преподаването по математика предоставя практически неограничени възможности за изучаване на геометрични образи в динамика, но в никакъв случай не омаловажава ролята на творческото мислене в търсене на решения на една или друга задача, грамотното владение от учениците на математическите понятия и методи. Имайки предвид конкретно-образното мислене на учениците, ИКТ са незаменима опора в преподаването на всички математически елементи, тъй като доближават абстрактната природа на математическата наука до съзнанието на всеки ученик.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Алексиева Л., Лалчев З., Върбанова М., Обучаваща компютърна презентация на тема „Аритметични преобразования“ за студенти педагози“, VI есенни научна конференция, СУ „Кл. Охридски“, София, 2008г, изд. „ВЕДА СЛОВЕНА – ЖГ“.
2. Бизова – Лалева, В., Приложение на информационни технологии за повишаване на ефективността на обучението по математика, Дисертационен труд, Пловдив, 2016, стр.14
3. Димкова, Д. (2012). Учи и преподавай математика с GeoGebra. София: Везни-4.
4. CALGEO „Преподаване на Математически анализ чрез средствата на Динамичната геометрия“, Atina, 2007, стр.9
5. Лозанов, Ч., и колектив, Математика за 12 клас профилирана подготовка, 2002г., Анубис, стр.43
6. Старибратов, И., „Методика на електронното обучение по математика“, Автореферат, ПУ „П. Хилендарски“, стр.14
7. Уикипедия, Официален сайт, <https://bg.wikipedia.org/wiki>
8. GeoGebra, Официален сайт, <http://www.geogebra.org/> (дата на последно влизане: 19.9.2017 г.)

За контакти:

Николинка Тодорова Бъчварова
старши учител по математика
Математическа гимназия
„Акад, Кирил Попов“ - Пловдив,
тел: 0887436281
e-mail: n_bachvarova@mail.bg

THE USE OF INTERACTIVE COMPUTER TECHNOLOGIES AT THE ELEMENTS OF MATHS ANALYSIS IN SCHOLAR SUBJECT OF MATHS

Nikolinka Bachvarova

senior mathematics teacher

School of Mathematics Acad. Kiril Popov – Plovdiv

Summary:

This article refers to necessity of interactive computer technology's use in study of maths analysis elements. It proves the advisability to implement a dynamic computer graphics, which increase visibility in teaching the subject and solving a problems related to Maths. It proves the use of interactive geometric environment GeoGebra as a model demonstration and as self-control in Maths teaching. The practical addendum of this article can be useful for maths students who are educating themselves alone and for maths teachers too, who are studying the elements of Maths analysis and "Parametric equations ". To illustrate the ideas ,I have used a real examples from the teaching experience.

Key words: information computer technologies, dynamic geomethric environment, animation, derivative

Contacts:

Nikolinka Todorova Bachvarova

senior mathematics teacher

School of Mathematics

Acad. Kiril Popov – Plovdiv,

Tel: 0887436281

E-mail: n_bachvarova@mail.bg