Критерии за оценяване на писмените кандидатстудентски работи по математика Вариант 1

1) **Б;**
2) **В;**
3) **Г;**
4) **А;**
5) **В;**
6) **Г;**
7) **А;**
8) **Б;**
9) **В;**
10) **А;**
11) **В;**
12) **Г;**
13) $x \in (-\infty;-5) \cup (5;+\infty)$;
14) $\frac{1}{60}$;
15) $-5; 1$;
16) $\frac{4S}{a+b} = \frac{4\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{a+b}$;
17) $\frac{4}{5}$.

18)--- 1. ДО: $\left| \begin{matrix} 3-x \neq 0 \\ 9-2^x > 0 \end{matrix} \right. \Rightarrow \left| \begin{matrix} x \neq 3 \\ 9 > 2^x \end{matrix} \right.$ -------------------**1т.**

2. $\log_2(9-2^x) = 3-x \Leftrightarrow 2^{3-x} = 9-2^x$ -------------**1т.**

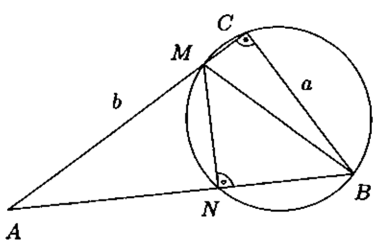
3. $\Leftrightarrow \frac{8}{2^x} = 9-2^x$, полагаме $2^x = y > 0$ -------------**1т.**

4. $\frac{8}{y} = 9-y \Leftrightarrow y^2-9y+8=0 \left[\begin{matrix} y_1 = 8 \\ y_2 = 1 \end{matrix} \right.$ ---------------**1т.**

5. От $\begin{matrix} 2^x = 8 = 2^3 & \Rightarrow & x_1 = 3 \\ 2^x = 1 = 2^0 & \Rightarrow & x_2 = 0 \end{matrix}$ ------------------**1т.**

6. $x_1 = 3 \notin ДО$, $x_2 = 0 \in ДО \Rightarrow$ е решение-----------------**1т.**

19) 1. Около $NBCM$ може да се опише окръжност, защото $\angle BNM + \angle MCB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ и $MB = 2R$ -----------------**1т.**



2. $\frac{S_{ANM}}{S_{ABC}} = \frac{|AM|^2}{|AB|^2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{|AM|^2}{|AB|^2}$ ----------**1т.**

3. От $|AB|^2 = a^2 + b^2$ (Терема на Питагор) следва, че

Критерии за оценяване на писмените кандидатстудентски работи по математика Вариант 1

$|AM|^2 = \dfrac{a^2+b^2}{2}$ ---------------**1т.**

4. От □BMC следва $|BM|^2 = a^2 + |CM|^2$ и понеже

$|CM| = b - \sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}$ ---------------------**1т.**

5. Тогава

$$
\begin{aligned}
|BM|^2 &= a^2 + \left(b - \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}\right)^2 \\
&= a^2 + b^2 - 2b\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} + \frac{a^2+b^2}{2} \text{ ---------------}\mathbf{1т.} \\
&= \frac{3}{2}\left(a^2+b^2\right) - b\sqrt{2\left(a^2+b^2\right)}
\end{aligned}
$$

6. От □BMC и лицето на описания кръг около $NBCM$ следва

$S = \pi\left(\dfrac{|BM|}{2}\right)^2 = \dfrac{\pi}{4}\left[\dfrac{3}{2}\left(a^2+b^2\right) - b\sqrt{2\left(a^2+b^2\right)}\right]$--------------------**1т.**

20) 1. От формулите на Виет $\left|\begin{array}{lcl} x_1 + x_2 & = & k+5 \\ x_1 . x_2 & = & 2k+3 \end{array}\right.$--------------------**1т.**

2. Тогава

$$
\begin{aligned}
\left(x_1 - x_2\right)^2 \geq 12 \quad &\Leftrightarrow \quad x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_2 \geq 12 \\
&\Leftrightarrow \quad \left(x_1 + x_2\right)^2 - 4x_1x_2 \geq 12
\end{aligned}
$$
-----------**1т.**

3. Заместваме с формулите на Виет и получаваме

$(k+5)^2 - 4(2k+3) \geq 12$--------------------------------------**1т.**

4. Следователно

$k^2 + 10k + 25 - 8k - 12 - 12 \geq 0 \Leftrightarrow k^2 + 2k + 1 \geq 0$-------------**1т.**

5. Тогава и само тогава, когато $(k+1)^2 \geq 0$------------------**1т.**

6. Следователно неравенството $\left(x_1 - x_2\right)^2 \geq 12$ е изпълнено за всички реални стойности на параметъра k .---------------------**1т.**